

# CALCUL NUMÉRIQUE

CHAPITRE

1

VERSION NUMERIQUE - CRIPEN



## Les objectifs du chapitre :

- Effectuer des opérations sur les nombres rationnels ;
- Savoir calculer avec les puissances d'exposant entier relatif ;
- Écrire un nombre en notation scientifique ;
- Effectuer des opérations avec les racines carrées d'un nombre positif.

**Exercice 1 :** Calculer les expressions suivantes :

$$A = -9 + [(-7) \times 4 - 3] \quad ; \quad B = (-2 + 11) + (67 - 100).$$

**Exercice 2 :**

1. Calculer les expressions suivantes **sans la calculatrice**.

$$A = (-4)^4 + 12,8 \times 4^3 - (3,4 - 13)^2 \quad ; \quad B = 2 \times (20,5 - 175)^2 - 312,7 + 1,6^4.$$

2. Vérifier à l'aide de la calculatrice les résultats obtenus.

**Exercice 3 :** Dans chaque cas, recopier la bonne réponse.

Questions	Réponses	A	B	C	D
a. $-7 - 3,5$ est égal à :		4,5	-4,5	10,5	-10,5
b. $40 - 125$ est égal à :		85	-165	-85	165
c. $-10 \times (-6,4)$ est égal à :		640	64	-64	0,64
d. $\frac{-1 \times (-2)}{-4}$ est égal à :		$\frac{3}{4}$	0,5	$-\frac{1}{4}$	-0,5

**Exercice 4 :**

1. Effectuer les calculs ci-dessous **sans la calculatrice** en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$M = -\frac{3}{7} + \frac{1}{7} \quad ; \quad N = \frac{20}{50} \times \frac{-75}{70} \quad ; \quad P = 1 - \frac{3}{4} + 2.$$

2. Vérifier les résultats obtenus avec la calculatrice.

**Exercice 5 :** Dire si les affirmations suivantes sont *vraies* ou *fausses*.

- Le produit de deux nombres de même signe est positif.
- On peut écrire que :  $5^2 = 5 \times 2$ .
- La somme de deux nombres de signe contraire est toujours un nombre négatif.
- Le nombre  $\sqrt{2}$  est un nombre décimal.

**Exercice 6 :** Madame Fatouma possède une ferme dans laquelle  $\frac{3}{7}$  sont des chèvres et dont  $\frac{8}{9}$  sont des chèvres naines.

Quelle est la proportion de chèvres naines parmi tous ses animaux ?

**Exercice 7 :** Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$\text{a. } 936 \quad ; \quad \text{b. } 0,00024 \quad ; \quad \text{c. } 927,52 \quad ; \quad \text{d. } 1,5.$$

**Exercice 8 :**

1. Écrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  est un entier relatif et  $b$  le petit entier possible :

$$\text{a. } \sqrt{32} \quad ; \quad \text{b. } \sqrt{75} \quad ; \quad \text{c. } \sqrt{200} \quad ; \quad \text{d. } \sqrt{27}.$$

2. Vérifier les résultats obtenus à la question 1 à l'aide de la calculatrice.

## I OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

### 1. Somme des nombres en écriture fractionnaire

**Propriété** Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire, il faut les mettre aux mêmes dénominateurs puis additionner (ou soustraire) les nouveaux numérateurs entre eux.

**Exemple :** Calculer :  $A = \frac{-1}{5} + \frac{8}{3}$ .

Il faut écrire les deux fractions avec un dénominateur commun.

$$A = \frac{-1}{5} + \frac{8}{3} = \frac{-1 \times 3}{5 \times 3} + \frac{8 \times 5}{3 \times 5} \text{ donc } A = \frac{-3}{15} + \frac{40}{15} = \frac{-3+40}{15} \text{ d'où } A = \frac{37}{15}.$$

### 2. Produit des nombres en écriture fractionnaire

**Propriété** Pour effectuer le produit de deux nombres en écriture fractionnaire alors on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

**Exemple :**  $B = \frac{-10}{9} \times \frac{4}{7} = \frac{-10 \times 4}{9 \times 7} = -\frac{40}{63}$  et  $C = \frac{-5}{4} \times \frac{2,8}{15} = \frac{-5 \times 2,8}{4 \times 15} = -\frac{14}{60} = -\frac{7}{30}$ .

### 3. Quotient des nombres en écriture fractionnaire

**Propriété** Diviser par un nombre en écriture fractionnaire revient à multiplier par son inverse.

Autrement dit :  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ , avec  $a, b, c$  et  $d$  étant des nombres relatifs ( $b, c$  et  $d$  non nuls).

**Exemple :**  $D = \frac{-1}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{-1}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{-7}{10}$  et  $E = \frac{8}{3} \div \frac{12}{7} = \frac{8}{3} \times \frac{7}{12} = \frac{56}{36} = \frac{14}{9}$ .

## II PUISSANCES

**Définition** Soient  $a$  un nombre relatif non nul et  $n$  un entier naturel non nul.

Le produit  $\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$  est la puissance  $n$ -ième de  $a$ . Il s'agit de  $n$  facteurs égaux à  $a$ .

On le note  $a^n$  et se lit «  $a$  exposant  $n$  ».

**Remarque :** Par convention, si  $a \neq 0$  alors  $a^0 = 1$  ;  $a^1 = a$  ;  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

### 2. Opérations avec les puissances

**Propriété** Soient  $a$  et  $b$  des nombres relatifs non-nuls,  $m$  et  $n$  entiers relatifs.

$$a^n \times a^m = a^{n+m} ; \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} ; (a^n)^m = a^{n \times m} ; (ab)^m = a^m \times b^m.$$

**Exemple :**  $(-3)^2 \times (-3)^4 = (-3)^6$  ;  $\frac{(7,2)^2}{(7,2)^4} = (7,2)^{-2}$  ;  $\left( \left( -\frac{1}{5} \right)^4 \right)^2 = \left( -\frac{1}{5} \right)^8$  ;  $(10x)^2 = 100x^2$ .

## Énoncé 1

Calculer les expressions suivantes en donnant les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{9}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} ; \quad B = \frac{-1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{17}{2} ; \quad C = 4 - \frac{7}{3} + \frac{7}{5}.$$

## Solution

$$A = \frac{9}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{9 \times 5}{4 \times 5} + \frac{3 \times 4}{5 \times 4} - \frac{1}{2} = \frac{45}{20} + \frac{12}{20} - \frac{1 \times 10}{2 \times 10} = \frac{45+12}{20} - \frac{10}{20} = \frac{57-10}{20} = \frac{47}{20}.$$

$$B = \frac{-1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{17}{2} = \frac{-1 \times 5 \times 2}{3 \times 5 \times 2} + \frac{2 \times 3 \times 2}{5 \times 3 \times 2} - \frac{17 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 5} = \frac{-10}{30} + \frac{12}{30} - \frac{255}{30} = \frac{-2}{30} - \frac{255}{30} = \frac{-257}{30}.$$

$$C = 4 + \left(-\frac{7}{3}\right) + \frac{7}{5} = 4 + \left(-\frac{7 \times 5}{3 \times 5}\right) + \frac{7 \times 3}{5 \times 3} = 4 + \left(-\frac{35}{15}\right) + \frac{21}{15} = \frac{4 \times 15}{1 \times 15} + \left(-\frac{14}{15}\right) = \frac{60+(-14)}{15} = \frac{46}{15}.$$

## Énoncé 2

Calculer les expressions suivantes en donnant les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{4}{7} \times \frac{2}{3} + 5 ; \quad B = \frac{7}{13} - \frac{1}{5} \div \frac{2}{15} ; \quad C = \frac{7}{6} \times \frac{-4}{3} \div \frac{7}{10}.$$

## Solution

$$A = \frac{4}{7} \times \frac{2}{3} + 5 = \frac{8}{21} + 5 = \frac{8}{21} + \frac{5 \times 21}{1 \times 21} = \frac{8}{21} + \frac{105}{21} = \frac{113}{21}.$$

$$B = \frac{7}{13} - \frac{1}{5} \div \frac{2}{15} = \frac{7}{13} - \frac{1}{5} \times \frac{15}{2} = \frac{7}{13} - \frac{15}{10} = \frac{7 \times 10}{13 \times 10} - \frac{15 \times 13}{10 \times 13} = \frac{70}{130} - \frac{195}{130} = \frac{-125}{130} = \frac{-25}{26}.$$

$$C = \frac{7}{6} \times \frac{-4}{3} \div \frac{7}{10} = \frac{-28}{18} \div \frac{7}{10} = \frac{-28}{18} \times \frac{10}{7} = \frac{-280}{126} = \frac{-20}{9}.$$

## Énoncé 3

Calculer les expressions suivantes en donnant les résultats sous la forme la plus simple.

$$A = \frac{10^4 \times 10^{-7}}{10^5} ; \quad B = \frac{10^{-9} \times 10^{-3}}{10^{10} \times 10^{-2}} ; \quad C = \frac{8,6 \times 10^{-5} \times 10^3}{28 \times 10^6}.$$

## Solution

$$A = \frac{10^4 \times 10^{-7}}{10^5} = \frac{10^{4+(-7)}}{10^5} = \frac{10^{-3}}{10^5} = 10^{-3-5} = 10^{-8}.$$

$$B = \frac{10^{-9} \times 10^{-3}}{10^{10} \times 10^{-2}} = \frac{10^{-9+(-3)}}{10^{10+(-2)}} = \frac{10^{-12}}{10^8} = 10^{-12-8} = 10^{-20}.$$

$$C = \frac{8,6 \times 10^{-5} \times 10^3}{20 \times 10^6} = \frac{8,6}{20} \times \frac{10^{-5+3}}{10^6} = 0,43 \times \frac{10^{-2}}{10^6} = 0,43 \times 10^{-2-6} = 0,43 \times 10^{-8}.$$

### III RACINE CARRÉE

#### 1. Définition

**Définition** La racine carrée d'un nombre positif  $a$  est le nombre positif dont le carré est égal à  $a$ . On le note  $\sqrt{a}$  et se lit « racine carrée de  $a$  ».

**Exemple :**  $\sqrt{36} = 6$  car  $6^2 = 36$ .

$$\sqrt{0,25} = 0,5 \text{ car } 0,5^2 = 0,25.$$

**Remarque :** La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas car un carré est toujours positif.

Pour tout nombre  $a$  positif :  $\sqrt{a^2} = a$  et  $(\sqrt{a})^2 = a$ .

**Exemple :**  $\left(\sqrt{\frac{4}{7}}\right)^2 = \frac{4}{7}$  ;  $\sqrt{2,5^2} = 2,5$ .

#### 2. Propriété

**Propriété** Quelques soient les nombres positifs  $a$  et  $b$ , on a :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad \text{et} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (\text{avec } b \neq 0).$$

**Exemple :**  $\sqrt{3,4} \times \sqrt{12} = \sqrt{3,4 \times 12} = \sqrt{40,8} \approx 6,39$  ;

$$\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}} = \sqrt{\frac{60}{15}} = \sqrt{4} = 2.$$

**Remarque :** Cette propriété n'est pas valable pour l'addition et la soustraction.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b} \quad (\text{avec } a \text{ et } b \text{ strictement positifs}) \quad \text{et} \quad \sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad (\text{avec } a > b).$$

**Exemple :**

$\sqrt{12} + \sqrt{7} \neq \sqrt{12+7}$  avec la calculatrice, on obtient :  $\sqrt{12} + \sqrt{7} \approx 6,1$  alors que  $\sqrt{12+7} \approx 4,4$ .

$\sqrt{12} - \sqrt{7} \neq \sqrt{12-7}$  avec la calculatrice, on obtient :  $\sqrt{12} - \sqrt{7} \approx 0,8$  alors que  $\sqrt{12-7} \approx 2,2$ .

#### 3. Somme algébrique

**Méthode :** Calculer la valeur exacte de l'expression :  $A = \sqrt{50} + \sqrt{8} - \sqrt{72}$ .

On écrit d'abord chacun des nombres  $\sqrt{50}$  ;  $\sqrt{8}$  et  $\sqrt{72}$  sous la forme  $a\sqrt{2}$  :

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} ;$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2} ;$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$$

Puis, on additionne les valeurs obtenues :

$$A = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \quad \text{donc} \quad A = (5 + 2 - 6)\sqrt{2} \quad \text{d'où} \quad A = 1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

Finalement, à l'aide de la calculatrice, on vérifie :  $\frac{\sqrt{50} + \sqrt{8} - \sqrt{72}}{1.414213562}$  et  $\frac{\sqrt{2}}{1.414213562}$ .

## Énoncé 1

Écrire les nombres suivants sous la forme  $a\sqrt{b}$  (avec  $a$  et  $b$  sont des entiers et  $b$  le plus petit possible).

a.  $\sqrt{125}$  ; b.  $\sqrt{96}$  ; c.  $\sqrt{405}$ .

## Solution

a.  $\sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = \sqrt{25} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$  ;

b.  $\sqrt{96} = \sqrt{16 \times 6} = \sqrt{16} \times \sqrt{6} = 4\sqrt{6}$  ;

c.  $\sqrt{405} = \sqrt{81 \times 5} = \sqrt{81} \times \sqrt{5} = 9\sqrt{5}$ .

- On décompose le nombre en produit de deux facteurs dont l'un est le plus grand carré parfait.
- On utilise ensuite les propriétés de calcul sur les racines carrées.

## Énoncé 2

Écrire l'expression  $M$  sous la forme  $a\sqrt{b}$  (avec  $a$  et  $b$  sont des entiers et  $b$  le plus petit possible).

$$M = \sqrt{75} + 9\sqrt{20} - 10,5\sqrt{80}.$$

## Solution

$$M = \sqrt{125} + 9\sqrt{20} - 10,5\sqrt{80}$$

$$M = \sqrt{25 \times 5} + 9\sqrt{4 \times 5} - 10,5\sqrt{16 \times 5}$$

$$M = \sqrt{25} \times \sqrt{5} + 9\sqrt{4} \times \sqrt{5} - 10,5\sqrt{16} \times \sqrt{5}$$

$$M = 5\sqrt{5} + 9 \times 2 \times \sqrt{5} - 10,5 \times 4 \times \sqrt{5}$$

$$M = (5 + 18 - 42)\sqrt{5} = -19\sqrt{5}.$$

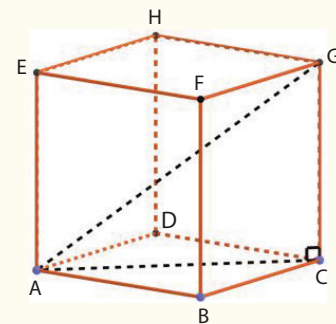
- On décompose, chaque nombre sous la racine, en produit de deux facteurs dont l'un est le plus grand carré parfait.
- On utilise ensuite les règles de calcul sur les racines carrées pour faire apparaître la racine carrée commune.

## Énoncé 3

On considère le cube ABCDEFGH de côté 6 cm.

Le segment [GC] représente la hauteur relative au côté [AC].

Déterminer la longueur exacte du segment [AG].



## Solution

L'arête [GC] est perpendiculaire à la face ABCD donc le triangle AGC est rectangle en C.

D'abord, on calcule la longueur AC, dans le triangle ABC rectangle en B, à l'aide du théorème de Pythagore.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad ; \quad AC^2 = 6^2 + 6^2 = 72.$$

$$\text{D'où, } AC = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} \quad ; \quad AC = 6\sqrt{2}.$$

Ainsi, à l'aide du théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle AGC, on a :

$$AG^2 = AC^2 + GC^2 ;$$

$$AG^2 = (6\sqrt{2})^2 + 6^2 = 72 + 36 = 108.$$

$$\text{D'où, } AG = \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3}. \quad \text{Donc, } AG = 6\sqrt{3}.$$

## J'applique

## Nombres en écriture fractionnaire

- 1 Calculer les opérations suivantes :

$$A = \frac{12}{5} + \frac{9}{5} ; \quad B = \frac{1}{7} - \frac{3}{7} ;$$

$$C = \frac{2}{3} + \frac{10}{3} ; \quad D = \frac{32}{9} - \frac{5}{9}.$$

- 2 Calculer les opérations suivantes :

$$A = \frac{-2}{7} + \frac{13}{7} ; \quad B = \frac{1}{7} + \frac{3}{7} ;$$

$$C = -\frac{22}{13} - \frac{4}{13} ; \quad D = \frac{3}{31} - \frac{15}{31}.$$

- 3 On ajoute un nombre à  $\frac{7}{8}$  et on obtient  $\frac{1}{3}$ .  
Quelle est la valeur exacte de ce nombre ?

- 4 Donner la forme irréductible des fractions suivantes :

a.  $\frac{325}{70}$  ; b.  $-\frac{150}{364}$  ; c.  $-\frac{688}{88}$  ; d.  $\frac{3174}{-644}$ .

- 5 Utiliser les critères de divisibilité pour rendre irréductible chacune des fractions :

a.  $\frac{35}{-150}$  ; b.  $\frac{124}{64}$  ; c.  $-\frac{72}{42}$  ; d.  $\frac{52}{98}$ .

Pour les exercices de 6 à 9, calculer les expressions numériques proposées en simplifiant si possible le résultat.

6  $A = \frac{9}{2} + \frac{1}{12} ; \quad B = \frac{-5}{20} + \frac{3}{4} ;$

$$C = -\frac{8}{15} + \frac{10}{5} ; \quad D = \frac{3}{16} + \frac{5}{4}.$$

7  $A = 1 + \frac{1}{2} ; \quad B = \frac{9}{11} - 3 ;$

$$C = \frac{1}{10} + 3,5 ; \quad D = -\frac{3}{5} + 6.$$

8  $A = \frac{7}{5} + \frac{1}{10} - \frac{3}{2} ; \quad B = \frac{8}{3} + \frac{24}{9} + \frac{5}{18} ;$

$$C = \frac{1}{4} - \frac{4}{3} - \frac{1}{6}.$$

9  $A = \frac{-2}{7} + \frac{11}{4} + \frac{3}{2} ; \quad B = \frac{16}{5} - \frac{2}{11} + 1 ;$

$$C = -\frac{2}{9} - \frac{13}{2} - \frac{1}{5}.$$

- 10 Mariam a fait un gâteau au chocolat à la maison. Son fils aîné, Adil a mangé les trois dixièmes le matin.



À midi, il reprend les deux cinquièmes et donne le reste à sa petite sœur.

- Quelle fraction représente la part que Adil a mangé ?
- Quelle fraction représente la part qu'il donne à sa sœur ?

Pour les exercices de 11 à 14, calculer les produits proposés en donnant les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

11  $A = \frac{6}{4} \times \frac{5}{8} ; \quad B = \frac{5}{12} \times \frac{3}{4} ;$

$$C = \frac{2}{9} \times \frac{2}{10} ; \quad D = \frac{7}{6} \times \frac{7}{6}.$$

12  $A = \frac{-7}{3} \times \frac{3}{6} ; \quad B = \frac{5}{-9} \times \frac{-3}{4} ;$

$$C = \frac{8}{13} \times \frac{2}{5} ; \quad D = \frac{-1}{5} \times \frac{-1}{7}.$$

13  $A = \frac{16}{15} \times \frac{8}{26} ; \quad B = \frac{7}{10} \times \frac{13}{21} ;$

$$C = \frac{49}{11} \times \frac{6}{35} ; \quad D = \frac{72}{9} \times \frac{7}{8}.$$

14  $A = \frac{6}{-13} \times \frac{-2}{35} \times 15 ;$

$$B = \frac{-5}{-15} \times (-4) \times \frac{25}{24}.$$

- 15 Yonis a bu les trois huitièmes d'une bouteille contenant 1,5 L d'eau.

Donner la quantité d'eau bu par Yonis en centilitres près.





## J'applique

- 16** Dire si les affirmations ci-dessous sont *vraies* ou *fausses*. Justifier.
- Le produit de 28 facteurs tous égaux à  $(-3)$  s'écrit  $28 \times (-3)$ .
  - Dans un club de PRO FIFA, un quart des adhérents sont mineurs et les deux tiers des adhérents ont plus de 30 ans. Donc, trois adhérents sur sept ont entre 18 ans et 30 ans.
  - Lors d'un achat de 120 boîtes de conserve, les trois huitièmes pèsent 350g. Donc, la masse de 45 boîtes est de 350g.

- 17** Mahdi explique à sa petite sœur qui est en 9<sup>e</sup> année que : « *Le produit de deux nombres inverses est toujours égal à 1* ».
- Dire, en justifiant, si les nombres suivants sont inverses ou pas.
- 2 et 0,5 ;                      b. Un quart et 4 ;
  - 100 et 0,01 ;                      d. -34 et 34.

- 18** Donner les inverses des nombres suivants :
- 23 ; 0,4 ;  $\frac{8}{7}$  ;  $\frac{-6}{11}$  ;  $\frac{1}{9}$ .

*Pour les exercices de 19 à 22, calculer et donner les résultats sous la forme d'une fraction irréductible en détaillant les étapes de calculs.*

**19**

$$A = \frac{2}{7} \div 4 ; \quad B = -\frac{8}{3} \div \frac{11}{2} ;$$

$$C = 75 \div \frac{-5}{3}.$$

**20**

$$A = \frac{14}{9} \div \frac{2}{27} ; \quad B = -\frac{24}{28} \div \frac{-16}{21} ;$$


$$C = \frac{-64}{38} \div \frac{72}{-190}.$$

**21**

$$A = \frac{-4}{16} ; \quad B = \frac{-4}{9} ; \quad C = \frac{-7}{\frac{18}{-5}}$$

**22**

$$A = \frac{\frac{13}{19}}{56} ; \quad B = \frac{\frac{3}{12}}{-21} ; \quad C = \frac{\frac{16}{48}}{33}.$$

- 23**  En utilisant la calculatrice, recopier puis compléter le tableau ci-dessous par le résultat obtenu en fraction irréductible :

$\div$	$\frac{1}{5} + 3$	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{6}{7} - \frac{4}{11}$
$\frac{2}{5}$			
-1,7			

### Puissances

- 24** Donner les écritures décimales des nombres suivants :

a.  $19^2$  ; b.  $(-4)^5$  ; c.  $(-4)^{-5}$  ; d.  $0,3^4$ .

- 25** Donner les écritures décimales des nombres suivants :

a.  $10^2$  ; b.  $10^3$  ; c.  $(-10)^7$  ; d.  $10^{-4}$ .

- 26** Rappel : 1 ko = 1 024 o.

Recopier et compléter les expressions suivantes par une puissance de 10.

a. 1 kilooctet = ..... Mégaoctets

b. 10 octets = ..... Gigaoctets

c. 25 000 Mégaoctets = ..... Octets.

*Pour les exercices de 27 à 36, écrire les nombres proposés sous la forme de  $a^n$ , où n est un nombre entier.*

**27**

$$A = 7^2 \times 7^5 ; \quad B = 5^6 \times 5^4 ;$$

$$C = 13^8 \times 13^{20}.$$

**28**

$$A = 0,3^{11} \times 0,3^5 ; \quad B = 9,1^{-12} \times 9,1^7.$$

**29**

$$A = 2^2 \times 2^8 \times 2 ; \quad B = 5 \times 5^{19} \times 5^{-4}.$$



## J'applique

30

$$A = 8^{12} \times 8^2 \times 8^{-30} ; \quad B = 1^{-1} \times 1^{10}.$$

31

$$E = \frac{8,7^9}{8,7^4} ; \quad F = \frac{6^2}{6^5}.$$

32

$$G = \frac{10^{17}}{10^6} ; \quad H = \frac{(-4)^3}{(-4)^{-8}}.$$

33

$$I = (234^8)^4 ; \quad J = (2,7^{10})^{-3}.$$

34

$$K = (77^{-1})^4 ; \quad L = (18^6)^3.$$


35

$$M = (2^{-2})^5 \times 2^{10} ; \quad N = \frac{13^8 \times 13^4}{13^7}.$$

36

$$Q = \frac{10^3 \times 10^6}{10^{14}} ; \quad P = \frac{(8^{-2})^7}{8^{11}}.$$

37

 Hodan propose un programme d'aide aux élèves de son établissement qui se déroulera en plusieurs étapes.

Hodan explique qu'elle aidera quatre élèves de sa classe. Le lendemain ces quatre élèves devront aider à leur tour chacun quatre autres élèves.

- Combien d'élèves obtiennent une aide au bout de la deuxième journée ?
- En continuant le procédé, combien d'élèves obtiennent une aide au bout de cinq jours ?
- Au bout de combien de jours, on pourrait aider 4096 élèves ?

38

Pour préparer son voyage pour l'été, Fadoul décide de s'acheter des nouveaux ensembles.



Il achète trois chemises, trois pantalons et trois paires de chaussures. Combien d'ensemble différents au maximum peut-il réaliser avec ses achats ?

Pour les exercices 39 et 40, calculer chacune des expressions proposées en écrivant les étapes intermédiaires.

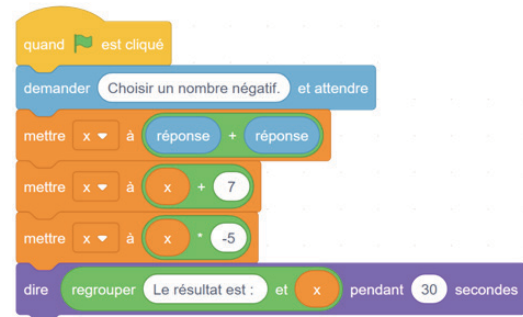
39

$$A = 5 \times 3^2 ; \quad B = (-10 + 6^2)^3.$$

40


$$A = 7 \times 2^4 + 10^{-3} ; \quad B = 8^4 - 6^4 - 3^4.$$

41 On considère le programme suivant.



- Que dit le lutin lorsque le nombre choisit est  $-3$  ?  $-4$  ?
- Quel nombre va-t-on choisir pour que le lutin affiche le nombre 65 ?

42

 À l'aide de la calculatrice, donner les résultats aux dixièmes près.

$$D = 28 \times 10^4 + 6,77 \times 10^2 ;$$

$$E = 0,41 \times 10^{-2} + 26 \times 10^3 ;$$

$$F = 5 \times 10^7 - 890 \times 10^2.$$

## Notation scientifique

43

Les nombres suivants sont-ils en écriture scientifique ? Justifier.

- a. 17,6 ; b.  $7,301 \times 10^4$  ;  
c. 9,256 ; d.  $0,14 \times 10^{11}$ .

44

Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

- a.  $7 \times 10^4$  ; b.  $3,4 \times 10^{-3}$  ;  
c.  $5,29 \times 10^6$ .

Pour les exercices de 45 à 47, écrire en notation scientifique les nombres proposés.

45

- a. 6 250 ; b. 72,83 ;  
c. 0,04 ; d. 0,0055.

## J'applique

46

- a. 98 800 000 ;      b. 165 723,321 ;  
c. 0,000 7194 ;      d. 0,000 000 008 7.

47

$A = 106,6 \times 10^8$  ;       $B = 0,00072 \times 10^2$  ;  
 $C = -571 \times 10$  ;       $D = 0,84 \times 10^{-1}$ .

Pour les exercices de 48 à 50, calculer en détaillant les étapes puis donner les résultats en notation scientifique.

48

$A = 7 \times 10^6 \times 15 \times 10^7$  ;  
 $B = 22 \times 10^5 \times 4,3 \times 10^{-2}$ .

49

$A = 95,6 \times 10^{-10} \times 20 \times 10^{-9}$  ;  
 $B = 0,025 \times 10^3 \times 4 \times 10^2$ .

50

$A = 8,4 \times (10^{-1})^8 \times 3 \times 10^{-12}$  ;  
 $B = 0,00032 \times 10^5 \times (9 \times 10^{-6})^2$ .

51 La population de la république de Djibouti était d'environ 85 940 habitants en 1960.

Cela représente  $\frac{56000}{4297}$  de la population en 2020.

Quel est le nombre de la population Djiboutienne en 2020 ? Donner le résultat en écriture scientifique.

### Racine carrée

52

Calculer en donnant les résultats à  $10^{-1}$  près.

a.  $\sqrt{5+7,2} + 10$  ;      b.  $\sqrt{-9+\sqrt{2 \times 46}}$ .

53

À l'aide de la calculatrice, donner les valeurs approchées aux centièmes près des nombres suivants :

a.  $\frac{3^2 + \sqrt{562}}{\sqrt{5}}$  ;      b.  $\frac{-\sqrt{93} + \sqrt{7}}{\sqrt{19-8}}$ .

54

Calculer les racines carrées des nombres suivants aux centièmes près.

a. 7 200 ;      b. 427 ;      c. 99,31.

Pour les exercices de 55 à 58, écrire les expressions proposées sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $a$  et  $b$  entiers, et  $b$  le plus petit possible.

55

a.  $\sqrt{147}$  ;      b.  $\sqrt{175}$  ;      c.  $\sqrt{300}$ .

56

a.  $3\sqrt{80}$  ;      b.  $5\sqrt{200}$  ;      c.  $-7\sqrt{27}$ .

57

a.  $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{3}$  ;      b.  $3\sqrt{18} \times 5\sqrt{3}$ .

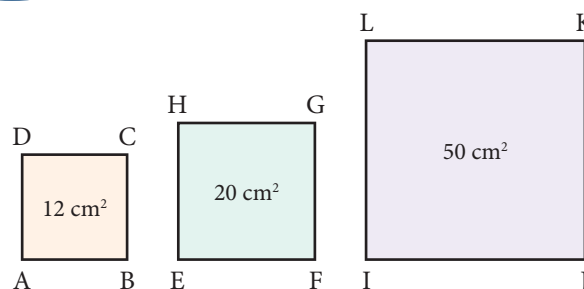
58

a.  $\frac{2}{7}\sqrt{7} \times \sqrt{8}$  ;      b.  $-\frac{1}{3}\sqrt{5} \times \frac{12}{5}\sqrt{10}$ .

59 Écrire le plus simplement possible les nombres suivants :

$\sqrt{\frac{9}{4}}$  ;       $\sqrt{\frac{1}{49}}$  ;       $\frac{\sqrt{64}}{16}$  ;       $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$ .

60 On considère les carrés ci-dessous :



Donner les valeurs exactes des longueurs des côtés de chaque carré.

61

Le triangle BEF est rectangle en E.

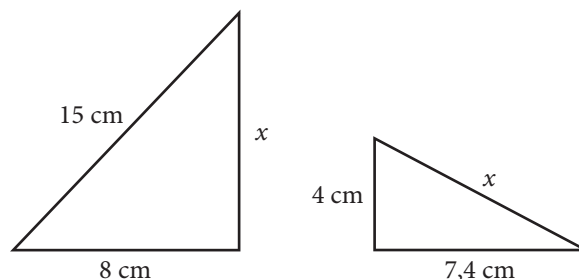
On donne : BE = 7 cm et EF = 5 cm.

Déterminer la longueur exacte du côté [BF].

62

Les figures ci-dessous ne sont pas en vraies grandeurs.

Dans chaque cas, déterminer la valeur exacte de  $x$ .



## J'applique

- 63** ABC est un triangle rectangle en B, tel que :  
 $AB = 7$  cm et  $BC = 4\sqrt{6}$  cm.  
 Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle ABC.

Pour les exercices de 64 à 66, calculer les expressions suivantes puis les écrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  est un nombre relatif et  $b$  le plus petit entier possible.

- 64**
- $\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 9\sqrt{3}$  ;
  - $-\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 11\sqrt{2}$  ;
  - $-5\sqrt{5} + \sqrt{5} + 6,3\sqrt{5}$ .

- 65**
- $8\sqrt{11} + 3\sqrt{11} - 9\sqrt{11}$  ;
  - $\frac{1}{3}\sqrt{7} + \frac{2}{5}\sqrt{7} + \frac{1}{15}\sqrt{7}$  ;
  - $3\sqrt{6} + 4^2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}$ .

- 66**
- $\frac{7}{2}\sqrt{13} - \frac{1}{6}\sqrt{13} - \sqrt{13}$  ;
  - $-\frac{2}{9}\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \frac{1}{6}\sqrt{3}$  ;
  - $\frac{6}{7}\sqrt{5} + \frac{1}{-7}\sqrt{5} + \frac{3}{28}\sqrt{5}$ .

- 67** On donne :  $M = \sqrt{50} + \sqrt{32}$ .
- Écrire les nombres  $\sqrt{50}$  et  $\sqrt{32}$  sous la forme  $a\sqrt{2}$ .
  - En déduire l'expression numérique M sous la forme  $a\sqrt{2}$ .

- 68** On donne :  $N = \sqrt{48} + \sqrt{75} + \sqrt{300}$ .
- Écrire les nombres  $\sqrt{48}$  ;  $\sqrt{75}$  et  $\sqrt{300}$  sous la forme  $a\sqrt{3}$ .
  - En déduire l'expression numérique N sous la forme  $a\sqrt{3}$ .

Pour les exercices de 69 à 76, écrire les expressions proposées sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $b$  entier le plus petit possible puis vérifier le résultat à l'aide de la calculatrice.

- 69**  
 $A = 2\sqrt{75} + \sqrt{27}$  ;  $B = \sqrt{32} - 5\sqrt{72}$ .

- 70**  
 $A = \sqrt{3} + \sqrt{12}$  ;  $B = -3\sqrt{2} + 10\sqrt{8}$ .

- 71**  
 $A = -2\sqrt{20} + \sqrt{45}$  ;  $B = \sqrt{3} + \sqrt{6} \times \sqrt{2}$ .

- 72**  
 $A = \sqrt{50} + \sqrt{8} - 7\sqrt{2}$  ;  
 $B = \sqrt{98} - \sqrt{32} + 3\sqrt{2}$ .

- 73**  
 $A = \sqrt{18} + \sqrt{50} + 3\sqrt{2}$  ;  
 $B = -\sqrt{48} + \sqrt{3} - \sqrt{27}$  ;  
 $C = \sqrt{20} + \sqrt{125} + \sqrt{500}$ .

- 74**  
 $A = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}$  ;  
 $B = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$  ;  
 $C = 2\sqrt{32} - 3\sqrt{50} + 6\sqrt{8}$ .

- 75**  
 $D = 4\sqrt{300} - \sqrt{75} - \sqrt{108}$  ;  
 $E = 1,5\sqrt{28} + 6\sqrt{112} - \sqrt{175}$  ;  
 $F = -7\sqrt{80} - 3,3\sqrt{180} + \sqrt{245}$ .

- 76**  
 $A = \sqrt{7} - 7\sqrt{28} + \sqrt{175}$  ;  
 $B = \frac{1}{2}\sqrt{52} - \frac{3}{5}\sqrt{117}$ .

- 77** On donne :  $m = -\sqrt{72}$  et  $n = 7\sqrt{50}$ .
- Calculer  $m - n$  en donnant les résultats sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $a$  un nombre relatif et  $b$  un nombre entier, le plus petit possible.
  - Calculer  $m \times n$  en donnant les résultats sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $a$  un nombre relatif et  $b$  un nombre entier, le plus petit possible.

- 78** On donne les nombres :  
 $A = 3\sqrt{2} + 10$  et  $B = 3\sqrt{2} - 10$ .
- Calculer  $A^2$  en donnant le résultat sous la forme  $a + b\sqrt{2}$ .
  - Montrer que  $A \times B$  est un nombre entier.

## Je m'évalue

J'ai appris à :

- Effectuer des opérations sur les nombres rationnels ;
- Savoir calculer avec les puissances d'exposant entier relatif ;
- Écrire un nombre en notation scientifique ;
- Effectuer des opérations avec les racines carrées d'un nombre positif.

Q.C.M

➤ Choisir la ou les bonnes réponses parmi A, B, C ou D.

		A	B	C	D
79	Le nombre $4^2 \times 3 + 2 \times 10$ vaut :	260	500	68	368
80	Le quotient $\frac{(7^{-3})^4 \times 7^2}{7}$ est égal à :	$7^{-11}$	$7^{-9}$	$7^{-19}$	$7^{-17}$
81	L'écriture simplifiée de $\frac{10^4}{10^{-6}} \times \frac{10^3}{10^2}$ est :	$10^{-2}$	$10^3$	$10^1$	$10^{11}$
82	L'écriture scientifique $0,000\,452 \times 10^2$ :	$452 \times 10^{-4}$	$452 \times 10^8$	$4,52 \times 10^6$	$4,52 \times 10^{-2}$
83	$M = \frac{4 \times 10^2 \times (3 \times 10^{-2})^2}{12 \times 10^6} =$	$10^{-4}$	$10^{-8}$	$2 \times 10^{-2}$	$3 \times 10^{-8}$
84	L'expression numérique $\frac{7}{15} + \frac{-1}{7}$ vaut :	$\frac{-1}{15}$	$\frac{34}{105}$	$\frac{6}{22}$	0,32
85	L'expression numérique $\frac{4}{3} + \frac{10}{3} \div \frac{5}{12}$ vaut :	$\frac{56}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{28}{3}$	$\frac{28}{5}$
86	L'expression numérique $\frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{3}}{\frac{7}{4} \times \frac{2}{10}}$ est égale	$-\frac{8}{21}$	0,3	$\frac{8}{21}$	0,38
87	La forme réduite de l'expression $S = 5\sqrt{11} - 14\sqrt{11} + 2\sqrt{11}$ est :	$21\sqrt{33}$	$21\sqrt{11}$	$-7\sqrt{11}$	$11\sqrt{7}$
88	La forme simplifiée de l'expression $G = \sqrt{75} - 5\sqrt{20}$ est :	100	$5\sqrt{3} - 5\sqrt{20}$	$5\sqrt{3} - 20\sqrt{5}$	$5\sqrt{3} - 10\sqrt{5}$
89	$M = \sqrt{98} + 2\sqrt{72} - 5\sqrt{2}$	$46\sqrt{2}$	$14\sqrt{2}$	$116\sqrt{2}$	$-14\sqrt{2}$

## Je m'entraîne

- 90** Au marché, on importe chaque mois la même quantité totale des fruits et des légumes pour le marché de la ville.



On étudie chaque mois la proportion de fruits par rapport à la quantité totale importée.

Le tableau ci-dessous récapitule les données :

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril
Proportion	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{9}$

En moyenne, quelle est la proportion de fruits importés par mois ?

- 91** Deux frères, Ali et Safia, possèdent chacun un jardin.

L'aire du jardin d'Ali est les  $\frac{3}{4}$  de l'aire du jardin de Safia.

Les deux frères possèdent en tout 1 470 m<sup>2</sup>.

Quelles sont les aires des jardins d'Ali et de Safia ?

*Pour les exercices de 92 à 95, effectuer les calculs en écrivant les étapes intermédiaire et donner les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.*


**92**  $A = \frac{-1}{7} - \frac{1}{3}$  ;  $B = \frac{5}{8} + \frac{11}{3} - 2$  ;

$C = -\frac{8}{3} + \left(-\frac{1}{5}\right)$  ;  $D = \frac{5}{4} \times \frac{12}{15}$ .

**93**  $A = \frac{3}{4} - \frac{6}{4} \times \frac{3}{5}$  ;  $B = \left(\frac{-7}{5} + \frac{-1}{10}\right) \times \frac{15}{4}$ .

**94**  $A = 8 - \frac{-4}{10} \times 6$  ;  $B = \frac{1}{9} \times \left(\frac{-1}{2}\right) \times \frac{3}{7}$ .

**95**  $A = \frac{-1}{2} \div \frac{5}{6} \times \frac{7}{15}$  ;  $B = \frac{9}{12} \div \left(\frac{20}{6} + 9\right)$ .

- 96**  Recopier puis relier chaque calcul à son résultat.

$22 + \frac{5}{6} \div \frac{7}{15} - \frac{2}{7}$  • • 4

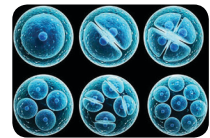
$\frac{2}{3} + \frac{8}{3} \times \frac{1}{3} \div \frac{4}{15}$  • •  $-\frac{185}{24}$

$-9 \times \frac{1}{3} + \frac{6}{5} \times \frac{7}{3}$  • •  $\frac{47}{2}$

$1 - \left(9 + \frac{1}{12} - \frac{3}{8}\right) \times \frac{7}{2}$  • •  $-\frac{1}{5}$

- 97** **SVT**

Après une fécondation, la cellule œuf se divise en deux cellules identiques, chacune de ses cellules se divise à son tour en deux toutes les 10 heures.



1. Combien de cellule a-t-on au bout de 40 heures ?
2. En combien de temps obtient-on 64 cellules ?

- 98** On donne les nombres :

$A = 726,88 \times 10^7$  et  $B = 0,035 \times 10^9$ .

1. Donner l'écriture scientifique de  $A \times B$ .
2. Calculer  $B^2$  en donnant l'écriture scientifique du résultat.

*Pour les exercices de 99 à 101, calculer puis donner le résultat en écriture scientifique des expressions proposées.*

**99**  $A = 340 \times 10^5 + 25 \times 10^{11}$  ;

$B = -0,006 \times 10^2 + 12 \times 10^4$  ;

$C = 18 \times 10^6 + 200 \times 10^3$ .

**100**  $A = 4 \times 10^{12} \times 15 \times 10^{-7}$  ;

$B = -800 \times 10^2 \times (-6,5) \times 10^9$  ;

$C = \frac{5,2 \times 10^3}{0,05 \times 10^9}$ .

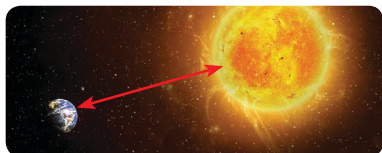
## Je m'entraîne

101

$$F = \frac{5 \times 10^7 \times 7,2 \times 10^{10}}{25 \times 10^3};$$

$$G = \frac{39 \times 10^{-2} \times 26 \times 10^3}{18,5 \times 10^{-5}}.$$

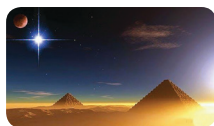
- 102 La lumière se déplace à  $3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  (c'est-à-dire  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ) dans l'espace.



Sachant que le soleil est à une distance de  $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$  de la Terre, combien de temps met la lumière du soleil pour arriver sur la Terre ?

103 *Physique*

L'étoile Sirius est l'étoile la plus brillante lorsqu'on observe le ciel.



Placée dans la constellation du Grand Chien, Sirius est une étoile incontournable du ciel nocturne. Elle est située environ à une distance de  $86 \times 10^{12} \text{ km}$  de la Terre.

*Donnée : 1 a.l.  $\approx 9,46 \times 10^{12} \text{ km}$ .*

Quelle est la distance entre la Terre et l'étoile Sirius en année-lumière ? Donner le résultat à l'unité près.

104 *Physique*

Proxima est la planète la plus proche de la Terre en dehors de notre système solaire. Elle est située à  $4,2 \text{ a.l}$  de la Terre.

La vitesse maximale d'une navette spatiale est actuellement d'environ  $28\,000 \text{ km/h}$ .

*Donnée : 1 a.l.  $\approx 9,46 \times 10^{12} \text{ km}$ .*

- Calculer en km la distance entre la Terre et cette planète.
- Combien d'années faudrait-il actuellement à une navette spatiale pour aller de la Terre à cette planète si elle pouvait maintenir sa vitesse maximale tout au long du trajet ?

105 Donner la notation scientifique des expressions numériques suivantes :

$$K = \frac{11 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-5}}{5 \times 10^3 \times (-2)^3 \times 10^9};$$

$$L = \frac{9 \times (10^{-2})^4 \times 1,5 \times 10^3}{(0,05 \times 10^6)^2}.$$

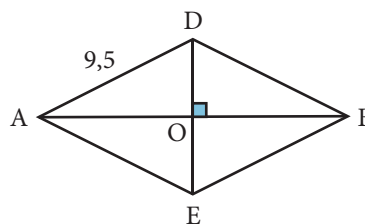
- 106 On donne les expressions numériques ci-dessous :

$$A = \frac{10}{3} + \left(-\frac{7}{2}\right) \div \frac{28}{12};$$

$$B = \frac{0,2 \times 10^4 \times 18 \times (10^{-7})^5}{(3 \times 10^3)^3}.$$

- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
- Donner l'écriture décimale puis l'écriture scientifique de l'expression B.

- 107 Le quadrilatère ADBE est un losange de côté  $9,5 \text{ cm}$ . Le segment [AO] a une longueur de  $6 \text{ cm}$ .



Déterminer la longueur exacte de DE.

- 108 Moulouka a écrit le script ci-dessous dans le logiciel scratch.



Quelle valeur aux dixièmes près obtient-on si l'on choisit au départ :

- a. 2 ? ; b. 0,8 ?



## Je m'entraîne

- 109** Écrire le plus simplement possible le nombre suivant :

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{34 + \sqrt{9 - \sqrt{29 - \sqrt{13 + \sqrt{13 - \sqrt{\frac{32}{2}}}}}}}}}}}}}}}}$$

- 110** On considère les nombres A, B et C tels que :

$$A = \left(3 + \frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{9} ;$$

$$B = \frac{32 \times 10^{-7} \times 3 \times (10^2)^3}{4 \times 10^{-1}} ;$$

$$C = (4 - \sqrt{7})^2 + 8\sqrt{7} + 1.$$

En précisant les étapes du calcul, montrer que les nombres A, B et C sont égaux.

**111**

1. Mettre sous la forme la plus simple le nombre :

$$R = \frac{16}{20} \times \frac{8}{12} + \frac{3}{6} - \frac{1}{90}.$$

2. Mettre sous la forme  $a\sqrt{7}$  avec  $a$  entier le nombre :  $S = \sqrt{63} - \sqrt{28}$ .

- 112** On considère les expressions ci-dessous :

$$A = \frac{10 + \frac{2}{9}}{\frac{1}{3} \times \frac{12}{7}} ; \quad B = \frac{28 \times (10^{-3})^{-3} \times 0,05}{700 \times 10^6}.$$

1. Calculer l'expression A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.  
2. Montrer que l'expression B est un nombre entier.

- 113** On donne le programme ci-dessous.

## Programme

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par 8 ;
- Ajouter le carré du nombre choisi ;
- Multiplier le tout par 10.

Calculer la valeur exacte du résultat obtenu si l'on choisit  $\frac{1}{8}$  puis  $\sqrt{3}$ .

- 114** On donne l'expression numérique :

$$D = 19 \times 10^2 + 19 \times 10^1 + 19 \times 10^{-1} + 19 \times 10^{-2}.$$

1. Donner l'écriture décimale de l'expression D.  
2. Donner l'écriture scientifique de l'écriture scientifique.

- 115** On donne le programme ci-dessous.

## Programme

- Choisir un nombre ;
- Élever-le au cube ;
- Prendre les deux septièmes ;
- Soustraire 8.

Faire fonctionner le programme avec  $\frac{1}{3}$  puis  $(-4)$ .

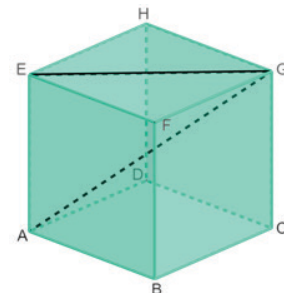
- 116** Écrire les expressions suivantes sous la forme d'un produit ou d'un quotient de puissances.

$$K = 2^{10} \times 2^{-18} \times 2^{-9} ; \quad L = \frac{9^7 \times 2^{-3} \times 8^4}{2^4 \times 8^{10} \times 9^2} ;$$

$$C = \left(\frac{11}{7}\right)^{10} \times (11 \times 7)^5.$$

- 117** Un cube a une arête de  $x$  cm.

1. Écrire en fonction de  $x$  les longueurs EG et AG.  
2. Calculer la valeur exacte de AG aux centièmes près lorsqu'on substitue 7 à  $x$ .



- 118** Pour la réussite de son examen, Robleh a eu un smartphone avec une mémoire de 128 Go.

1. Combien de vidéos de 871 Mo peut-il garder en mémoire ?  
2. Sachant qu'une photo est d'environ 6 Mo, Robleh pourra-t-il enregistrer plus de 800 photos ?





## J'approfondis

- 119** Voici une feuille de calcul pour trouver la racine carrée de 11.  
Remplir le tableau au fur à mesure des questions :

	A	B	C
1	a	11/a	b
2			
3			
4			

- Dans la cellule A2, saisir un nombre positif.
- Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 pour calculer le quotient de 11 par le nombre a ? Calculer ce nombre.
- Quelle formule doit-on saisir dans la cellule C2 pour calculer la moyenne du nombre a et de  $\frac{11}{a}$  ?
- Continuer le même procédé en remplaçant le nombre a par le nombre b.
- Dans quelle cellule obtient-on la valeur approchée de  $\sqrt{11}$  ?

**120** Extrait brevet juin 2007, Djibouti

On considère les expressions suivantes :

$$A = \frac{5}{21} + \frac{9}{7} \div \left( \frac{8}{3} - \frac{7}{6} \right) ;$$

$$B = \frac{91 \times 10^{-4} \times (4 \times 10^3)^2}{3,5 \times 10^7} ;$$

$$C = \sqrt{28} + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{112}.$$

- Calculer l'expression A et donner le résultat sous la forme de fraction irréductible.
- Donner l'écriture scientifique de B.
- Calculer l'expression D et donner le résultat sous la forme  $a\sqrt{b}$  où a et b sont des nombres entiers.

**121** Extrait du BEF juin 2019, Djibouti

On considère les expressions suivantes :

$$A = \frac{3}{5} - \frac{4}{3} \times \left( \frac{3}{4} - 1 \right) ;$$

$$B = \frac{12 \times 5^3 \times (5^{-3})^2 \times 6}{3 \times 5^{-3}} ;$$

$$C = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{6}.$$

- Calculer A en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
- Montrer que  $B = 24$ .
- Écrire C sous la forme  $a + \sqrt{6}$ , où a est un entier à déterminer.

**122** Extrait du BEF 2021, Djibouti

On considère les expressions suivantes :

$$A = \frac{7}{2} + \frac{3}{2} \div \left( \frac{5}{8} - 1 \right) ;$$

$$B = \frac{142 \times 10^{-3} \times (2 \times 10^4)^2}{8 \times 10^5} ;$$

$$C = (5\sqrt{3} - 2)(5\sqrt{3} + 2).$$

- Calculer A en donnant le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
- Montrer que  $B = C$ , en précisant les étapes du calcul.

**123** Extrait du BEF 2022, Djibouti

On considère les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{2} + 3 \times \frac{5}{6} ;$$

$$B = \frac{18,5 \times 10^5 \times (10^{-4})^2 \times 12}{7,4 \times 10^{-2}} ;$$

$$C = \sqrt{24} + 5\sqrt{96} - 3\sqrt{54}.$$

- En précisant les étapes de calculs, montrer que les nombres A et B sont égaux.
- Écrire C sous forme  $a\sqrt{6}$ , a étant un nombre entier.

**124** Extrait du BEF mai 2023, Djibouti

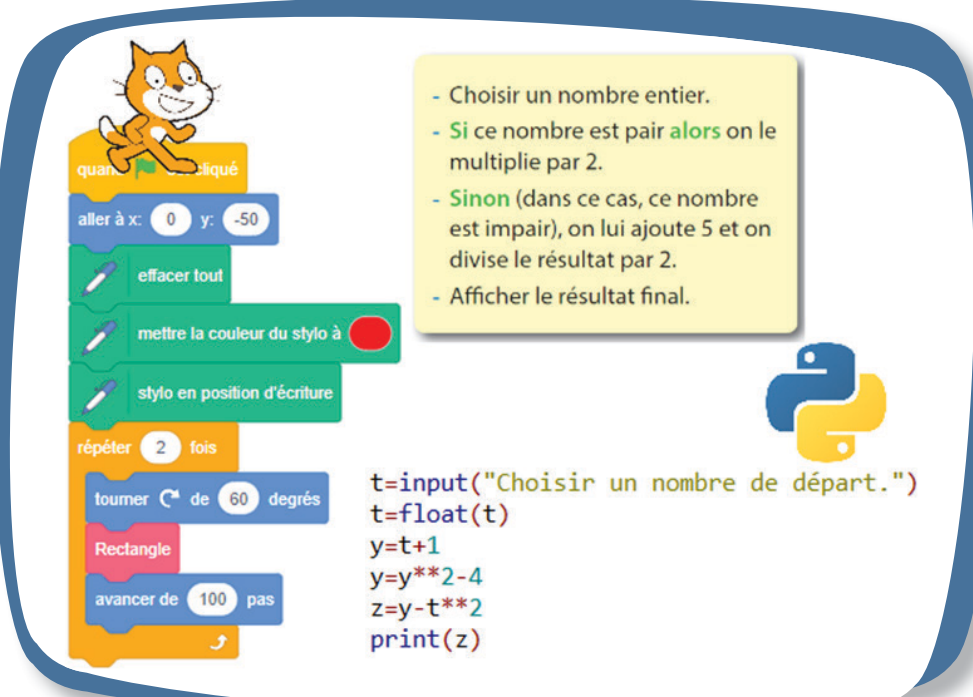
On considère les expressions suivantes :

$$A = 2 \times \left( \frac{3}{5} + \frac{1}{15} \right) ; B = \frac{10^{-4} \times 1,4 \times 10^2}{10^5 \times 0,8 \times 2} ;$$

$$C = 2\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{54}.$$

- Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible (un calcul détaillé est demandé).
- Calculer B puis l'écrire sous la forme de  $m \times 10^n$  où m et n sont des nombres entiers.
- Écrire C sous forme  $a\sqrt{3}$ , où a étant un nombre entier.

# ALGORITHME ET PROGRAMMATION



The image shows a Scratch script on the left and Python code on the right, both enclosed in a blue rounded rectangle. The Scratch script starts with a 'when green flag clicked' block, followed by 'go to x: 0 y: -50', 'clear all', 'set pen color to red', and 'set pen position to writing'. A 'repeat 2 times' loop contains 'turn 60 degrees', a 'Rectangle' block, and 'move 100 steps'. The Python code on the right is: `t=input("Choisir un nombre de départ.")`, `t=float(t)`, `y=t+1`, `y=y**2-4`, `z=y-t**2`, and `print(z)`. A yellow box above the Python code contains the algorithm's logic: 'Choose an integer. If the number is even, multiply by 2. Otherwise, add 5 and divide by 2. Display the final result.' The Python logo is also present.

- Choisir un nombre entier.  
- Si ce nombre est pair alors on le multiplie par 2.  
- Sinon (dans ce cas, ce nombre est impair), on lui ajoute 5 et on divise le résultat par 2.  
- Afficher le résultat final.

```
t=input("Choisir un nombre de départ.")  
t=float(t)  
y=t+1  
y=y**2-4  
z=y-t**2  
print(z)
```



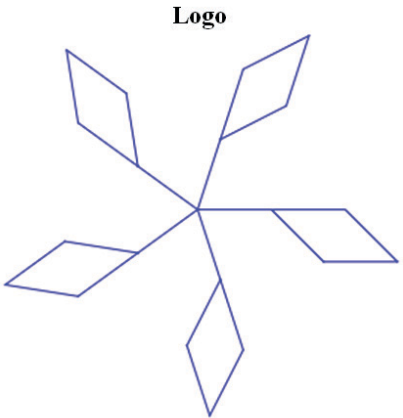
## Les objectifs :

- Écrire, exécuter, tester, compléter, et corriger un programme en réponse à un problème donné ;
- Traduire un algorithme scratch en un programme Python ;
- Décomposer un problème en sous problèmes afin de structurer un programme ;
- Savoir programmer avec le logiciel Python.

# I RAPPEL DE PROGRAMMATION PAR BLOCS (SCRATCH)

## Énoncé *Extrait du brevet Amérique du sud 2022*

On souhaite réaliser le logo à gauche avec le logiciel Scratch à partir du script incomplet à droite.

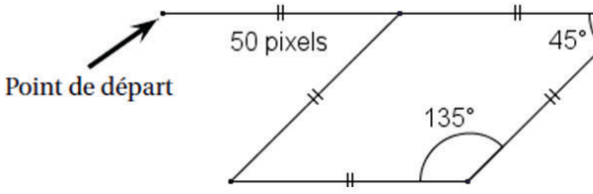


**Script principal**

```

quand cliqué
  effacer tout
  aller à x: 0 y: 0
  s'orienter à 90
  répéter ... fois
    Motif
    aller à x: ... y: ...
    tourner de ... degrés
  
```

Le bloc **Motif** permet de réaliser la figure ci-dessous :



**définir Motif**

```

stylo en position d'écriture
avancer de 50 pas
répéter 2 fois
  avancer de ... pas
  tourner de ... degrés
  avancer de ... pas
  tourner de ... degrés
relever le stylo
  
```

1. Ici, le stylo est orienté horizontalement vers la droite au départ. Recopier et compléter le script ci-contre qui permet d'obtenir le motif souhaité?
2. Compléter le script principal en recopiant uniquement la boucle « répéter ».

### Solution

1.

```

définir Motif
  stylo en position d'écriture
  avancer de 50 pas
  répéter 2 fois
    avancer de 50 pas
    tourner de 45 degrés
    avancer de 50 pas
    tourner de 135 degrés
  relever le stylo
  
```

2.

```

répéter 5 fois
  Motif
  aller à x: 0 y: 0
  tourner de 72 degrés
  
```

On fait tourner le motif de 72° car :

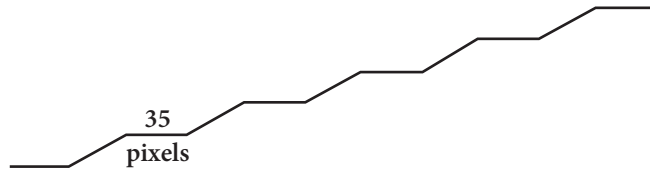
$$\frac{360}{5} = 72.$$

### Exercice 1

Reproduire et compléter le script à gauche pour tracer le chemin du lutin-chat à droite.

```

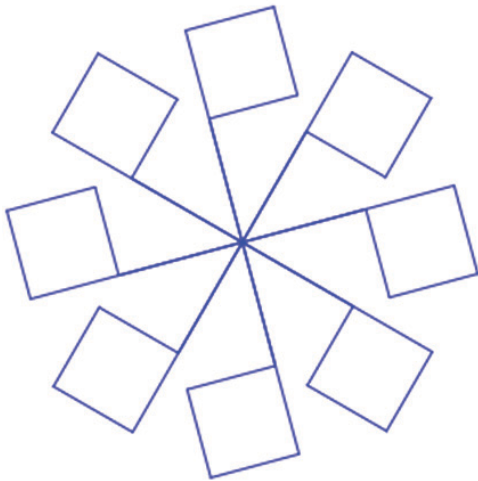
quand est cliqué
  effacer tout
  s'orienter à 90
  aller à x: -200 y: -50
  stylo en position d'écriture
  répéter ..... fois
    avancer de ..... pas
    tourner de 30 degrés
    avancer de 45 pas
    tourner de ..... degrés
  avancer de 35 pas
  
```



### Exercice 2

Extrait du Brevet Nouvelle-Calédonie 2022

- Dessiner le motif correspondant au script ci-contre, le stylo étant en position d'écriture. On prendra 1 cm pour 10 pas.
- Reproduire et compléter les informations manquantes du script à droite qui permet d'obtenir la figure à gauche.



```

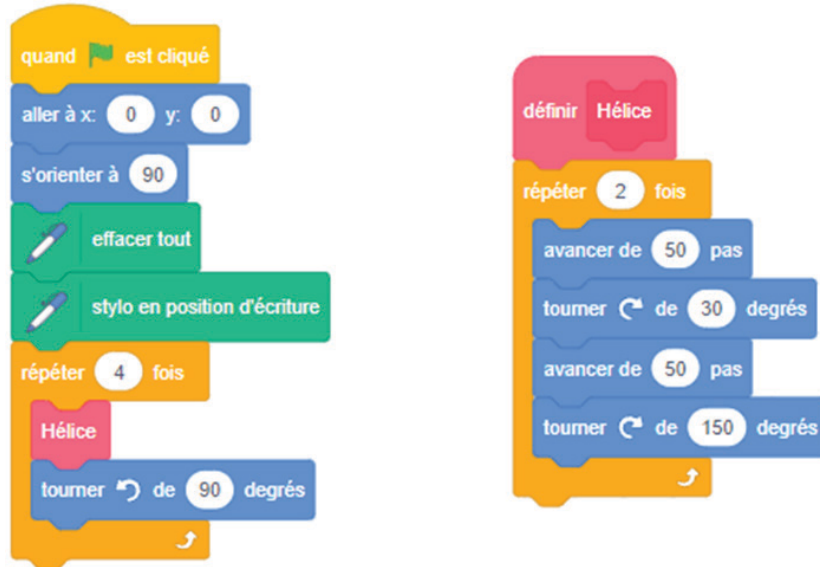
quand est cliqué
  effacer tout
  stylo en position d'écriture
  répéter ..... fois
    Motif
    aller à x: ..... y: .....
    tourner de ..... degrés
  
```

```

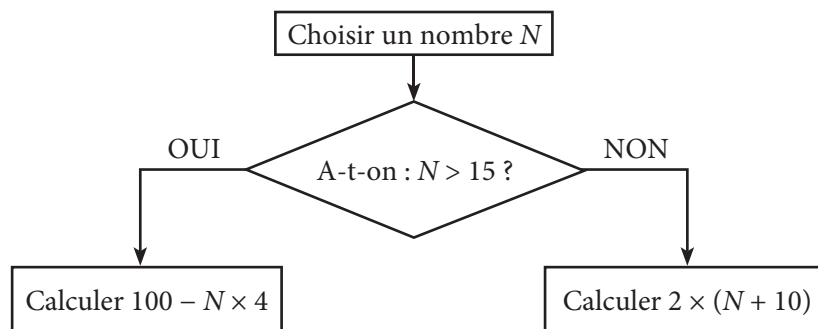
définir Motif
  avancer de 70 pas
  répéter 4 fois
    avancer de 50 pas
    tourner de 90 degrés
  
```

**Exercice 3** Hélice

Dessiner le motif correspondant aux scripts suivants. On prendra 1 cm pour 10 pas.

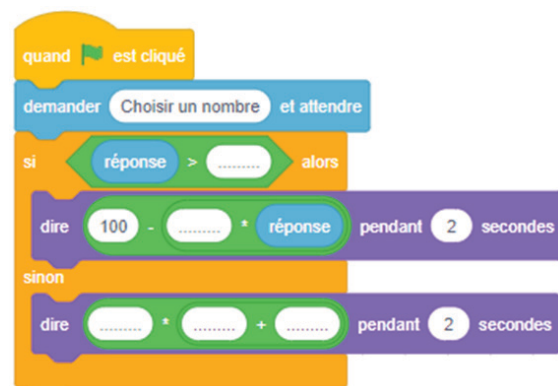
**Exercice 4** Extrait du Brevet d'Asie 2021

On considère le programme ci-dessous :



1. Justifier que si on choisit le nombre  $N$  de départ égal à 18, le résultat final de cet algorithme est 28.
2. Quel résultat final obtient-on si on choisit 14 comme nombre  $N$  de départ ?
3. En appliquant ce programme, deux nombres de départ différents permettent d'obtenir 32 comme résultat final.  
Quels sont ces deux nombres ?

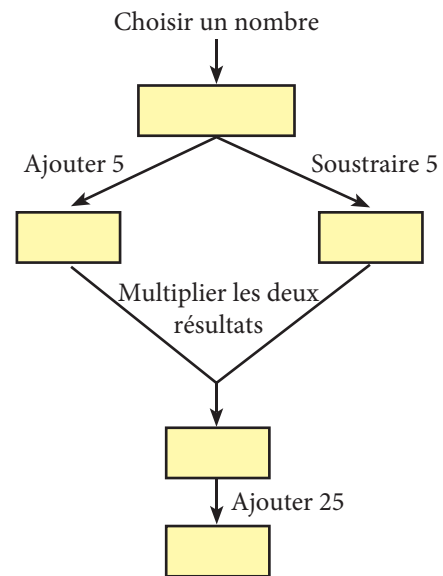
4. Vous trouverez ci-contre un script, écrit avec scratch.  
Compléter les pointillés pour que ce script corresponde au programme ci-dessus.



**Exercice 5** *Extrait du brevet Polynésie 2022*

On considère le programme de calcul ci-contre :

1.
  - a. Si on choisit le nombre 7, vérifier qu'on obtient 49 à la fin du programme.
  - b. Si on choisit le nombre  $-4$ , quel résultat obtient-on à la fin du programme ?
2. On note  $x$  le nombre choisi au départ
  - a. Exprimer en fonction de  $x$  le résultat obtenu.
  - b. Développer et réduire  $(x + 5)(x - 5)$ .
  - c. Sarah dit : « Avec ce programme de calcul, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat obtenu est toujours le carré du nombre de départ ». Qu'en pensez-vous ?

**Exercice 6**

On considère le programme ci-dessous :

1. Quelle action au clavier permet de lancer ce programme ?
2. Que dit le lutin lorsque le nombre choisi est 5 ?  $-1,5$  ?
3. Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le lutin affiche le nombre 20 ?
4. Quel sera l'expression littérale du résultat si le nombre de départ est  $x$  ?

**Exercice 7**

On considère le programme de calcul ci-contre :

1.
  - a. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final.
  - b. Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ?
  - c. Le nombre de départ étant  $x$ , exprimer le résultat final en fonction de  $x$ .
2. On considère l'expression  $P = (x + 1)^2 - x^2$ . Développer puis réduire l'expression  $P$ .
3. Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 15 ?

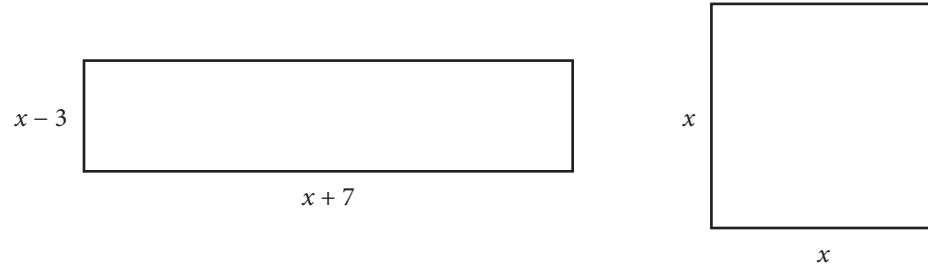
Choisir un nombre de départ.  
Ajouter 1.  
Calculer le carré du résultat obtenu.  
Lui soustraire le carré du nombre de départ.  
Afficher le résultat final.



**Exercice 8** *Extrait du brevet Métropole Antilles-Guyane 2022*

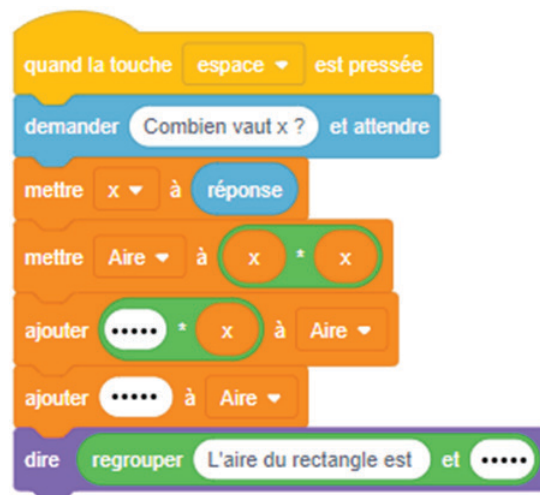
On s'intéresse aux deux figures géométriques dessinées ci-dessous :

- un rectangle dont les côtés ont pour longueurs  $x - 3$  et  $x + 7$ .
- un carré de côté  $x$ .



On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle ci-dessus, lorsque l'utilisateur saisit une valeur de  $x$  (strictement supérieure à 3).

1. Reproduire et compléter le script ci-dessous :
2. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme ?
3. Quel nombre  $x$  doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré ?

**Exercice 9** *Extrait du brevet Asie 2022*

On considère le programme de calcul ci-contre :

1. Montrer que si le nombre de départ est 10, le résultat obtenu est  $-5$ .
2. On note  $x$  le nombre de départ auquel on applique ce programme de calcul. Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui correspond au résultat du programme de calcul ? Aucune justification n'est attendue pour cette question.

Expression A :  $x - 7 \times 5 - 2x$  ;

Expression B :  $5(x - 7) - x^2$  ;

Expression C :  $5(x - 7) - 2x$  ;

Expression D :  $5x - 7 - 2x$ .

Choisir un nombre de départ.

Soustraire 7.

Multiplier par 5.

Soustraire le double du nombre de départ.

Afficher le résultat.





## 1. Affectation et affichage

### a. Les opérations de base

+	addition
-	soustraction
*	multiplication
/	division

**	puissance
e	puissance de 10
//	division entière
%	reste de la division euclidienne

### b. Exemple d'affectation

- `b=5` L'instruction `b=5` et `c=8` est une **affectation**, qui modifie le contenu des
- `c=8` variables `b` et `c`. On lit « `b` reçoit la valeur 5 » ou " le nombre 5 est affecté à `b`".

### c. Exemple d'affichage

- `b=5` L'instruction `print(c)` affiche la valeur affectée au variable `c`.
- `c=b+8` Le résultat de l'affichage sera 13.
- `print(c)`
- `b=5` L'instruction `print("c")` affiche le texte qui est écrit entre les guillemets.
- `c=b+8` Le résultat de l'affichage sera `c`.
- `print("c")`

## 2. Variables

### a. Types de variable

Les trois principaux types dont nous aurons besoin dans un premier temps sont :

- le type "nombre entier" (integer en anglais, abréviation : `int`) ;
- le type "nombre réel" (`float` en anglais) ;
- le type "chaînes de caractères" (string en anglais, abréviation `str`).

### b. L'instruction `input`

L'instruction `input` va permettre aux utilisateurs d'entrer des données.

<p><b>Programme 1</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <code>b=input("b=")</code></li> <li>• <code>b=int(b)</code></li> <li>• <code>c=b*8</code></li> <li>• <code>print(c)</code></li> </ul>	La variable <code>b</code> contient un nombre entier.
<p><b>Programme 2</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <code>b=input("b=")</code></li> <li>• <code>b=float(b)</code></li> <li>• <code>c=b*8</code></li> <li>• <code>print(c)</code></li> </ul>	La variable <code>b</code> contient un nombre relatif. L'instruction <code>print(c)</code> affiche la valeur affecter à la variable <code>c</code> . Si par exemple <code>b=3,5</code> le résultat de l'affichage sera 28.

**Exemple :** Saisir et tester les deux programmes dans python avec `b=2,5` et `b=10`.

### 3. Tortue Python en prolongement de Scratch

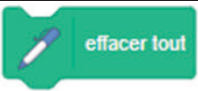

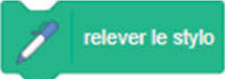
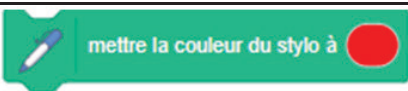







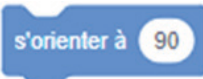


#### a. Introduction

Python possède un module appelé *turtle* permettant de tracer des figures. Les élèves sont déjà familiarisés avec ce type de programmation. Ils ont découvert les commandes de déplacement et de tracé grâce au langage Scratch. Les notions de boucle et de variable ont été introduites au travers de la programmation de dessins sur un écran.

#### b. Les instructions Scratch-Python

Pour faire appel au module turtle, on utilise la commande `from turtle import *`.

Le tableau ci-dessous donne les instructions le plus utilisé pour tracer des figures géométriques.

Scratch	Python
 effacer tout	<code>clear()</code>
 stylo en position d'écriture	<code>down()</code>
 relever le stylo	<code>up()</code>
 mettre la couleur du stylo à <span style="color: red;">●</span>	<code>color('red')</code>
 cacher	<code>ht()</code> Masquer la tortue
 montrer	<code>st()</code> Afficher la tortue
 avancer de 10 pas	<code>forward (10)</code>
 tourner  de 15 degrés	<code>right(15)</code>
 tourner  de 15 degrés	<code>left(15)</code>
 s'orienter à 90	<code>setheading(0)</code>
 aller à x: 0 y: 0	<code>goto(0,0)</code>
 répéter 10 fois	<code>for i in range (10):</code>

Pour aller plus loin la page web [Wikibook Turtle](https://fr.wikibooks.org/wiki/Programmation_Python/Turtle) ci-dessous détaille de nombreuses instructions :

[https://fr.wikibooks.org/wiki/Programmation\\_Python/Turtle](https://fr.wikibooks.org/wiki/Programmation_Python/Turtle)

**Exemple :** Construire un carré.

Scratch	Python	Python Turtle
	<pre>from turtle import * clear() down() for i in range (4): forward (150) left(90) mainloop()</pre>	

**1**

Essayer de prédire le résultat de chacune des instructions suivantes, puis vérifiez-le dans l'interpréteur Python :

- a.  $(1+2)**3$  ;
- b.  $7 / 4$  ;
- c.  $9 // 2$  ;
- d.  $7 \% 2$  ;
- e.  $9e6$ .

**2**

Essayer de prédire le résultat de chacune des instructions suivantes, puis vérifiez-le dans l'interpréteur Python :

- a.  $"Ro" * 6$  ;
- b.  $"Da" + 3$  ;
- c.  $("BLA"+"ME") * 2$  ;
- d.  $("Do"*4) / 2$ .

**3**

Essayer de prédire le résultat de chacune des instructions suivantes, puis vérifiez-le dans l'interpréteur Python :

- a.  $str(4) * int("3")$  ;
- b.  $int("3") + float("3.2")$  ;
- c.  $str(3) * float("3.2")$  ;
- d.  $str(3/4) * 2$ .

**4**

**Affichage (print)**

Générer une chaîne de caractères représentant un brin d'ADN poly-A (c'est-à-dire qui ne contient que des bases A) de 20 bases de longueur, sans taper littéralement toutes les bases. On souhaite que le programme affiche la sortie suivante :

```
'AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA'
>>>
```

**5**

Sur le modèle de l'exercice précédent, générer en une ligne de code un brin d'ADN poly-A (AAAA. . .) de 20 bases suivi d'un poly-GC régulier (GCGCGC. . .) de 40 bases. On souhaite que le programme affiche la sortie suivante :

```
'AAAAAAAAAAAAAAAAAAAGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCGCG'
>>>
```

**6**

On considère le programme ci-contre :

```
a="Bon"
b="jour"
print(...)
```

1. Compléter les pointilles pour que le programme ci-dessus affiche en une seule ligne les variables a et b. On souhaite que le programme affiche la sortie ci-contre.

```
Bonjour
>>>
```

2. Compléter les pointilles pour que le programme ci-dessus affiche en une seule ligne les variables a et b en laissant un espace entre a et b. On souhaite
- Bon jour  
>>>
- que le programme affiche la sortie ci-contre.

7

On considère le programme ci-contre :

```
• a="Salut"
• b=int(404)
• c=float(3.56)
• print(.....)
```

Compléter les pointilles pour que le programme affiche en une seule ligne les variables a, b et c.

On souhaite que le programme affiche la sortie suivante :

Salut 404 3.56  
>>>

8

On considère le programme ci-contre :

```
• a=input("a=")
• a=int(a)
• b=2*a+5
• print(b)
```

1.
  - a. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 9 au résultat final.
  - b. Lorsque le nombre saisi est 5, quel résultat final obtient-on ?
  - c. Lorsque le nombre saisi est 4,2, qu'obtient-on ?
2. Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 15 ?

9

On considère le programme ci-contre :

```
• a=input("a=")
• a=int(a)
• b=2**a
• print(a+b)
```

- a. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 3, on obtient 11 au résultat final.
- b. Lorsque le nombre saisi est 8, quel résultat final obtient-on ?
- c. Lorsque le nombre saisi est 5,33, qu'obtient-on ?

10

On considère le programme ci-contre :

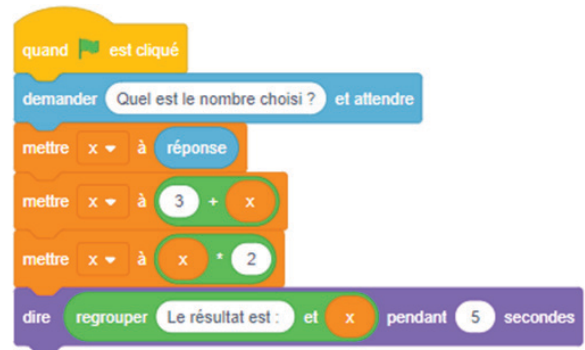
```
• a=input("a=")
• a=float(a)
• b=2*a-5
• b=2*b-5
• print(b)
```

1.
  - a. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 3, on obtient -3 au résultat final.
  - b. Lorsque le nombre saisi est 5,5, quel résultat final obtient-on ?
2. Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 25 ?
3. Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui correspond au résultat du programme ci-dessus ?

A :  $b = (2a-5)(2a+5)$  ; B :  $b = 4a-5$  ;  
C :  $b = (2a-5)^2$  ; D :  $b = 4a-15$ .

11

On considère le programme suivant :



Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec Python :

```
• x=input("Quel est le nombre choisi ?")
• x=float(x)
• x=.....
• .....
• print("Le résultat est:",...)
```

Compléter les pointillés pour que ce script corresponde au programme ci-dessus.

12

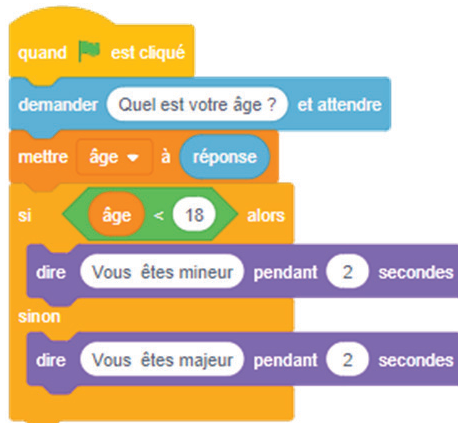
On considère le programme suivant :



1. Quel sera l'expression littérale du résultat si le nombre de départ est a ?
2. Écrire le script avec Python corresponde au programme ci-dessus.

13

On considère le programme suivant :



Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec Python :

```

• x=input("Quel est le nombre choisi ?")
• x=float(x)
• x=.....
• .....
• print("Le résultat est:",...)
  
```

Compléter les pointillés pour que ce script corresponde au programme ci-dessus.

14

On considère le programme calcul ci-dessous :

Choisir un nombre de départ.  
Multiplier par 7.  
Ajouter 10.  
Soustraire le nombre de départ.

1. Vérifier que si on choisit 5 comme nombre de départ, on obtient 40.
2. Appliquer ce programme de calcul au nombre  $-3$ .
3. Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec Python :

```

• départ=input("Choisir un nombre de départ.")
• départ=float(départ)
• y=...*7
• .....
• print(...)
  
```

Compléter les pointillés pour que ce script corresponde au programme ci-dessus.

15

On considère le programme de calcul ci-dessous :

Choisir un nombre de départ.  
Soustraire 3.  
Calculer le carré du résultat obtenu.  
Lui soustraire le carré du nombre de départ.  
Afficher le résultat final.

1. Appliquer ce programme de calcul au nombre  $-3$ .
2. Quel sera l'expression littérale du résultat si le nombre de départ est  $x$  ?
3. Écrire le script Python corresponde au programme de calcul ci-dessus.

16

On considère le programme de calcul ci-dessous :

Choisir un nombre de départ.  
Prendre le carré du nombre de départ.  
Ajouter le triple du nombre de départ.  
Soustraire 10 au résultat.

1. Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.
2. Appliquer ce programme de calcul au nombre  $-3$ .
3. Traduire le programme de calcul ci-dessus en Python.

17

On considère le programme suivant :

```
t=input("Choisir un nombre de départ.")
t=float(t)
y=t+1
y=y**2-4
z=y-t**2
print(z)
```

1. Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 5.
2. Appliquer ce programme de calcul au nombre  $-2$ .
3. Écrire l'expression littérale de  $z$  en fonction de  $t$ .

18

Écrire un programme Python permettant de calculer un prix TTC (toutes taxes comprises) à partir d'un prix HT (hors taxes) et utilisant une constante 20 % pour la TVA.

Voici l'affichage attendu, après exécution du programme :

```
Le prix HT d'un article. HT=5500
Le prix TTC = 6600.0 DJF
>>>
```

19

Écrire un programme Python qui demande, en entrée, le rayon d'une sphère en cm et affiche, en sortie, le volume de la sphère en  $\text{cm}^3$ .

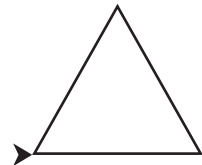
Voici l'affichage attendu, après exécution du programme :

```
Quel est le rayon de la sphere en cm : 3
Le volume de la sphere est 113.09733552923254 cm3
>>>
```

20

Écrire un programme pour tracer un triangle équilatéral dont la longueur des cotés est 150 pixels.

Voici l'affichage attendu, après exécution du programme :



21

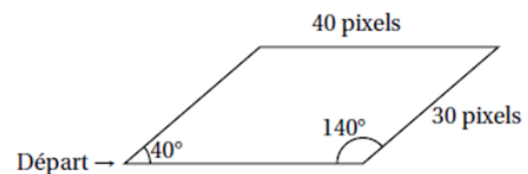
On considère le programme ci-dessous :

Dessiner le motif correspondant aux scripts ci-contre.  
On prendra 1 cm pour 10 pas.

```
from turtle import *
clear()
down()
for i in range (6):
    forward (30)
    left(60)
mainloop()
```

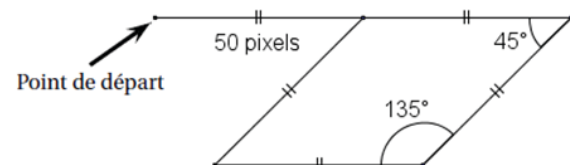
22

Écrire un programme en Python pour tracer le parallélogramme ci-dessous :



23

Écrire un programme en Python pour tracer le motif ci-dessous :





24

On considère le programme ci-dessous :

```
N=int(input("Nombre de côtés N="))
L=int(input("Longuer d'un côté L="))
from turtle import *
clear()
down()
for i in range (N):
    forward (L)
    left(360/N)
done()
```

1. Lorsque le nombre de côtés est 6 et la longueur d'un côté est 80, quel résultat final obtient-on ?
2. Que fait ce programme.

25

On considère le programme ci-contre :

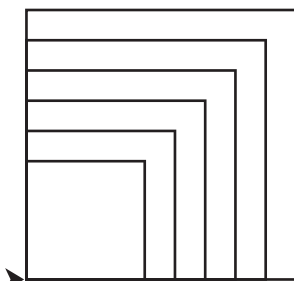
1. Dessiner le motif correspondant aux scripts ci-contre. On prendra 1 cm pour 10 pas.
2. À l'aide de tableau d'instructions de la partie cours, adapter ce programme en Python.

```
quand est cliqué
montrer
effacer tout
s'orienter à 90
aller à x: -200 y: -50
stylo en position d'écriture
répéter 10 fois
    avancer de 30 pas
    tourner de 90 degrés
    avancer de 20 pas
    tourner de 90 degrés
relever le stylo
cacher
```

26

Compléter le programme ci-contre :

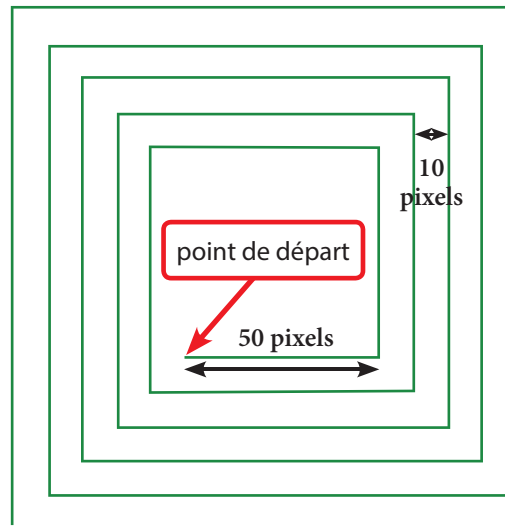
Voici l'affichage attendu, après exécution du programme :



```
from turtle import *
clear()
down()
L=50
for i in range (...):
    ...=L+20
    for i in range (4):
        forward (...)
        left(90)
done()
```

27

Écrire un programme en Python pour tracer le motif ci-dessous :



28

On considère le programme ci-dessous :

```
quand est cliqué
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
répéter 4 fois
    hélice
    tourner de 90 degrés
définir hélice
répéter 2 fois
    avancer de 100 pas
    tourner de 60 degrés
    avancer de 100 pas
    tourner de 120 degrés
```

Adapter ce programme en Python.

29

On considère le programme ci-dessous :

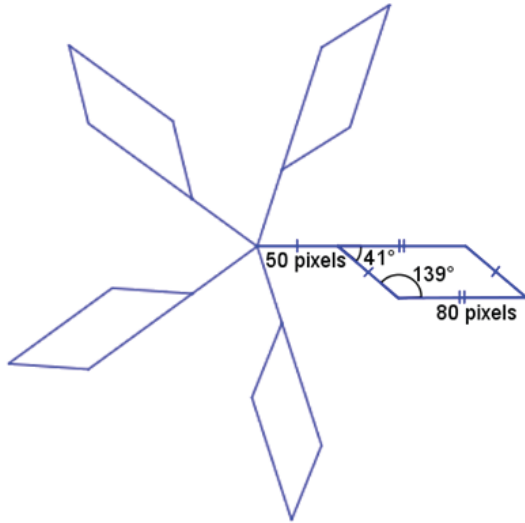
```
quand est cliqué
effacer tout
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
répéter 6 fois
    Motif
    aller à x: 0 y: 0
    tourner de 60 degrés
définir Motif
stylo en position d'écriture
avancer de 70 pas
répéter 4 fois
    avancer de 50 pas
    tourner de 90 degrés
relever le stylo
```

Adapter ce programme en Python.



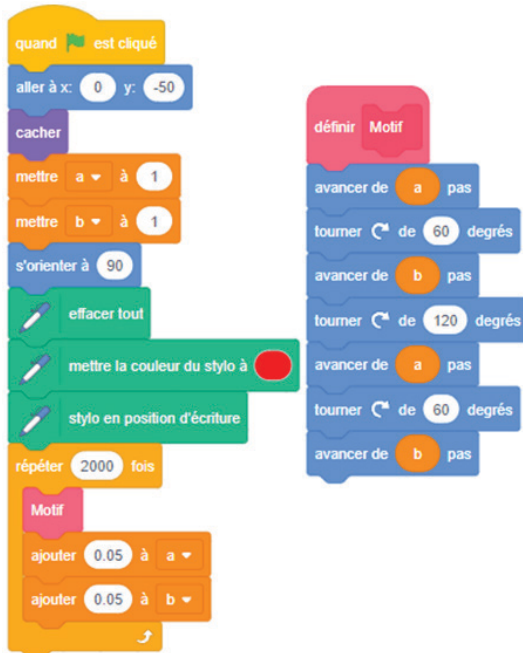
30

Écrire un programme en Python pour tracer le motif ci-dessous :



31

On considère le programme ci-dessous :



Adapter le programme ci-dessus en Python pour tracer le motif ci-contre.

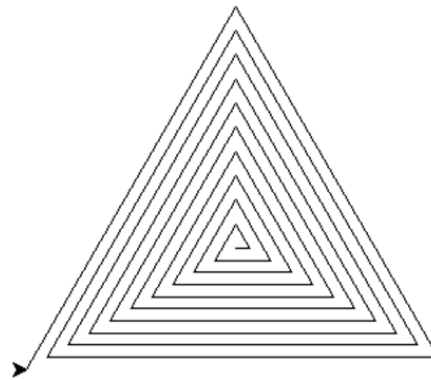


32

Compléter le programme ci-contre :

```
from turtle import *
clear()
up()
goto(0,0)
down()
L=10
for i in range(30):
    forward(...)
    left(...)
    L=...+10
done()
```

Voici l'affichage attendu, après exécution du programme :

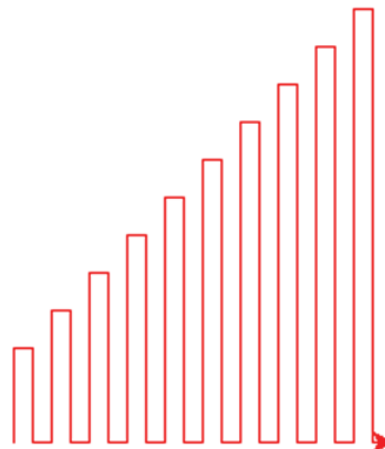


33

On considère le programme ci-contre :

```
from turtle import *
clear()
up()
goto(0,0)
down()
for i in range(10):
    setheading(90)
    forward(100)
    right(90)
    forward(10)
    right(90)
    forward(100)
    left(90)
    forward(10)
done()
```

1. Que fait ce programme ?
2. Modifier le programme ci-dessus pour obtenir le dessin ci-dessous :





1

Douze ans après la fonte de certains glaciers, on voit apparaître sur les roches des lichens, plantes qui se développent en formant un cercle. La relation entre le diamètre de ce cercle et l'âge du lichen peut s'établir de façon approximative par la formule :  $d = 7 \times \sqrt{t - 12}$ , où  $d$  est le diamètre du lichen en millimètres et  $t > 12$  le nombre d'années écoulées depuis la disparition de la glace.



- En utilisant la formule, calculer le diamètre d'un lichen 16 ans après la disparition de la glace.
- Said a mesuré le diamètre d'un lichen et a trouvé 42 millimètres. Depuis combien d'années la glace a-t-elle disparu à l'endroit précis où Said a trouvé le lichen ? Indiquer le calcul effectué.

2

En natation, la résistance à l'avancement du nageur est calculée grâce à la formule :  $R = KSV^2$ .

Dans cette formule,  $K$  est un coefficient lié à la forme du nageur,  $S$  est un coefficient qui se calcule par rapport à la position du nageur dans l'eau (l'idéal étant qu'il soit le plus horizontal possible) et  $V$  représente sa vitesse.

Pour les nageurs professionnels, l'objectif est donc de diminuer cette résistance au maximum tout en allant le plus vite possible.

Prouver que si le nageur va deux fois plus vite il aura une résistance quatre fois plus forte à affronter.



3

En EPS, pour travailler son endurance et progresser en course à pied, on peut chercher à déterminer sa VMA (Vitesse Maximale Aérobie), l'allure de course qui fait atteindre la consommation maximale d'oxygène (Volume d'oxygène maximale  $VO_2$ ).

À partir de cette vitesse, on peut ensuite effectuer des exercices de course à des vitesses adaptées à son niveau.



### 1. Déterminer sa VMA.

Pour déterminer sa VMA, un des tests possibles est le test de demi-Cooper qui consiste à faire la plus grande distance possible en 6 min et à calculer sa vitesse moyenne lors de ce test.

- Ouvrir une feuille de calcul et reproduire le tableau ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
1		Ibrahim	Choukri	Rakia	Hassan	Saida	Omar
2	Temps (en min)	6	6	6	6	6	6
3	Distance (m)	950	1123	1345	1200	1512	925
4	VMA (en km/h)						

- À l'aide d'une formule, calculer, dans la cellule B4, la VMA d'Ibrahim
- Recopier cette formule pour obtenir les VMA des cinq autres sportifs.

### 2. Utiliser sa VMA pour progresser.

En connaissant sa VMA, un sportif peut s'entraîner sur des exercices personnalisés en cherchant à courir à un certain pourcentage de sa VMA.

Un exercice d'entraînement possible consiste, par exemple, à courir plusieurs fois 400 m à différents pourcentages de sa VMA.

- Dans une nouvelle feuille de calcul, reproduire le tableau suivant pour préparer l'entraînement d'Ibrahim sachant que dans la cellule F3 figure la VMA d'Ibrahim.
- À l'aide de formules, compléter la ligne 3 donnant les différentes vitesses de travail d'Ibrahim en fonction de sa VMA.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Tableau de Ibrahim	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5	Niveau 6	Niveau 7	Niveau 8	Niveau 9
2	Taux de la VMA	80%	85%	90%	95%	100%	105%	110%	115%	120%
3	Vitesse (en km/h)					10,72				
4	Distance (en m)	400	400	400	400	400	400	400	400	400
5	Temps (en s)									

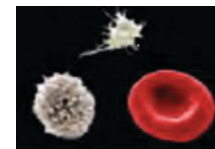
- Ibrahim doit effectuer plusieurs 400 m à des vitesses croissantes. Pour chacun d'eux, le temps de course sera donc différent.  
En utilisant les données des cellules B3 et B4, déterminer à l'aide d'une formule le temps du premier 400m d'Ibrahim dans la cellule B5. Attention aux unités utilisés !  
Recopier cette formule sur toute le ligne 5 pour déterminer les différents temps des 400 m de Ibrahim.

4

Indispensable au fonctionnement du corps humain, le sang est un tissu vivant composé de cellules : les globules rouges, les globules blancs et les plaquettes qui baignent dans un liquide appelé le plasma.

Le corps humain renferme environ 5 litres de sang pour un adulte.

- Si l'on empilait les uns sur les autres tous les globules rouges contenus dans le sang d'un adulte, quelle serait la hauteur de la colonne obtenue ?
- Comparer ce résultat à la circonférence de la Terre.



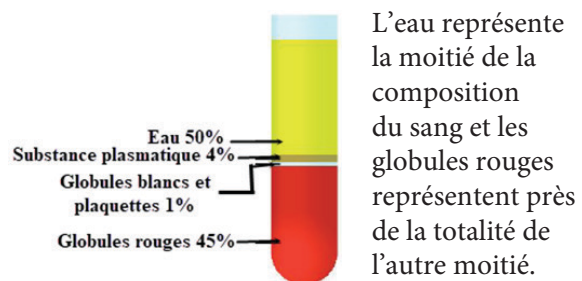
De gauche à droite : globule blanc, plaquette sanguine et globule rouge.

**Doc 1 Les globules rouges**

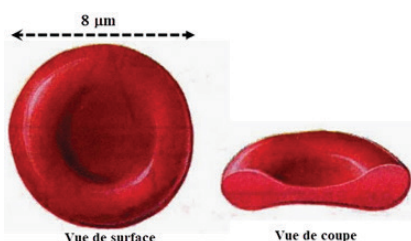
Le rôle des globules rouges est de transporter l'oxygène des poumons vers les tissus et, en retour, de capter le gaz carbonique au niveau des tissus afin de l'éliminer par les voies respiratoires.

Ces cellules sont les plus nombreuses dans le sang : leur concentration est de l'ordre de 5 millions par millimètre cube.

**Doc 2 Composition du sang**



**Doc 3 Dimensions d'un globule rouge**



La forme d'un globule rouge est assimilable à un cylindre dont le diamètre mesure 8  $\mu\text{m}$ .

$$8 \mu\text{m} = 8 \times 10^{-6} \text{ m.}$$

5

## L'IMC

L'indice de Masse Corporelle (IMC) permet d'évaluer rapidement sa corpulence simplement à partir de sa taille et de sa masse :  $IMC = \frac{m}{T^2}$  où  $m$  est la masse en kg et  $T$  la taille en m.

- Moustakbal a une masse de 50 kg pour une taille de 150 cm.  
Calculer son IMC.
- Iliane a un IMC de 20 et mesure 1,53 m.  
Calculer sa masse.
- Farid a un IMC de 24 et pèse 63 kg.  
Calculer sa taille.

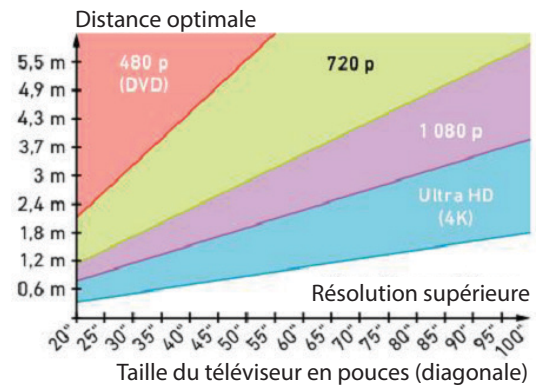
## II

## TECHNOLOGIE

1

Pour un bon confort visuel, un téléviseur doit être placé à une distance optimale de l'utilisateur.

- À la maison, chez des voisins ou dans la famille, mesurer la longueur en centimètres de la diagonale d'un téléviseur.
  - Convertir cette longueur en pouces.  
(Pour faire cette conversion, effectuer les recherches nécessaires sur internet ou autres. Mais attention, il faudra expliquer par un calcul la méthode à appliquer.)
- Grâce au graphique suivant, déterminer un encadrement de la distance optimale conseillée entre le téléviseur et l'utilisateur. On considère que le téléviseur à un écran Full HD 1080 p.
  - Mesurer la distance entre le téléviseur considéré à la question 1. a. et l'utilisateur. Cette distance est-elle optimale ?



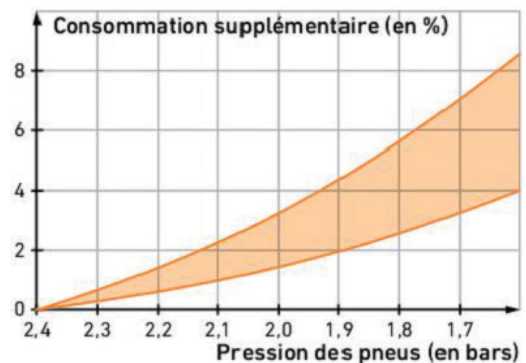
2

L'éco-conduite est un comportement responsable permettant de réduire sa consommation de carburant, les émissions de gaz à effet de serre et le risque d'accident.

Un de ses grands principes est de vérifier la pression des pneus de son véhicule. On estime qu'un pneu perd environ 0,1 bar par mois.

Le graphique ci-contre donne un pourcentage approximatif de la consommation supplémentaire de carburant en fonction de la pression des pneus (zone orange) dans le cas d'une pression recommandée de 2,4 bars :

D'après le graphique, donner un encadrement approximatif du pourcentage de la consommation de carburant après 5 mois sans gonflage des pneus.





**3**

La cryptographie est souvent utilisée pour communiquer des messages dans le plus grand des secrets.

a. Résoudre les équations ci-dessous puis reproduire et compléter le tableau avec les solutions positives ou nulles trouvées. Les solutions négatives seront ignorées.

$$(0,5a-7)(a+41)=0;$$

$$5b+17=10b-138;$$

$$(c+19,5)(3,5c - 248,5)=0;$$

$$(50+d)(2d+5)(0,5d - 4)=0;$$

$$3(5e-75)^2 = 0;$$

$$13f+9 = 25f - 75;$$

$$3g+5g^2-17=2g^2-5+3g^2;$$

$$(3h-99)(2h+4) = 0;$$

$$(3i+17,5)(3i-126)=0;$$

$$10j+47=32j-1295;$$

$$k^2 = 2500;$$

$$6l+17= 8l - 5;$$

$$7m^2=15463;$$

$$8n+24=17n-174;$$

$$(o + 1)(4o + 19)(o - 26)=0;$$

$$(0,7p - 23, 8)(p+17)=0;$$

$$(5q+20)(2q-18)+(5q+20)(q-30)=0;$$

$$3r^2 + 5r = 0;$$

$$(3s-1)(2s-166)+(2s-166)(2s+3)=0;$$

$$(t - 4)^2 = 1600;$$

$$(2u+19)(3u-69)=0;$$

$$5v^2 = 20;$$

$$(4w-22)^2 = 900;$$

$$-2x+21= - x - 45;$$

$$(y-5)(y-19) - (y-19)(2y+3) = 0;$$

$$(0,1z + 5)^2 = 121.$$

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m

n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

b. À l'aide du tableau complété, décoder le message crypté ci dessous.

15 22 42 4 47 15 :

19 14 33 19 14 15 44 83 26 22 7 42 11 83 14 60 14 47 26 22 44 47 14 22 4 15 14 23 0 15 83 44  
14 23 0 14 22 44 71 15 47 42 8 42.

11 15 47 15 22 23 8 15 19 14 33 19 14 83 15 71 26 47 34 26 83 15 14 42 22 83 42 :

1115 31 26 42 83 83 26 22 0 15 34 0 15 83 15 22 44 15 23 22 8 42 66 42 15 47 15 8 23 47 26  
22 44 14 22 44 44 26 44 14 11 14 34 14 19 15 0, 11 15 83 44 26 47 14 44 15 83 14 11 14 47 26  
60 60 14 0 15 11 11 14 23 22 33 23 42 44 42 15 47 15 8 23 44 26 44 14 11, 11 15 83 44 15 14  
50 - 7 0 42 44 15 83 2 42 22 4 44 - 71 42 22 16 34 26 23 0 71 15 22 44, 15 44 11 14 4 11 14 71  
15 14 23 66 50 42 13 42 83 23 22 71 42 22 16 23 42 15 47 15.

16 23 14 22 44 14 23 47 15 22 23 15 22 7 14 22 44 8 15 14 60 14 47, 42 11 14 71 26 23 44 15 44  
0 15 42 60 15 15 23 0 26 83.

16 23 15 11 47 26 22 44 14 22 44 19 14 33 19 14 22 8 0 15 8 26 42 44 - 42 11 34 14 19 15 0 ?

c. Le message crypyé contient une énigme qui pourra être résolue.

4

Pour compter, nous utilisons de nos jours dix caractères, de 0 à 9. Cependant, les ordinateurs utilisent un codage binaire avec deux caractères seulement : 0 et 1.

Pour coder un nombre en binaire, on effectue une division euclidienne par 2 et on note le reste obtenu. On réitère ce procédé tant que le quotient obtenu n'est pas égal à 0. Le codage binaire du nombre est la succession des nombres 0 et 1 en partant du dernier reste non nul jusqu'au premier.

Par exemple, pour 77 :

$$\begin{aligned} 77 &= 2 \times 38 + 1 \rightarrow 38 = 2 \times 19 + 0 \rightarrow 19 = 2 \times 9 + 1 \\ &\rightarrow 9 = 2 \times 4 + 1 \rightarrow 4 = 2 \times 2 + 0 \rightarrow 2 = 2 \times 1 + 0 \\ &\rightarrow 1 = 2 \times 0 + 1. \end{aligned}$$

Le codage binaire de 77 est donc **1001101**.

1. En utilisant cette méthode, coder les nombres : 88 ; 955 ainsi que votre année de naissance.
2. Peu pratique et source d'erreurs, le codage binaire est souvent délaissé au profit du codage hexadécimal.

Pour coder un nombre en hexadécimal, on effectue une division euclidienne par 16 et on note le reste.

On réitère ce procédé tant que le quotient obtenu n'est pas égal à 0. Le codage hexadécimal du nombre est la succession des nombres 0 et F en partant du dernier reste non nul jusqu'au premier.

À l'aide de cette table de codage, coder les nombres 88 , 955 ainsi que votre année de naissance.

Décimal (base 10)	Binaire (base 2)	Hexadécimal (base 16)
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

5

En informatique, on mesure la taille des données en octets (o), en kilooctets (ko), mégaoctets (Mo), en gigaoctets (Go), en téraoctets (To) ...

1. Chercher sur internet le volume de données produites chaque jour actuellement.
2. Observer l'infographie ci-dessous et rédiger un paragraphe mettant en évidence quelques informations surprenantes présentées.

6

Une Citrogeot 1.4 HDI 90 ch (diesel) consomme en moyenne 5,1 L pour 100 km et coûte 3 600 000 fdj à l'achat.

Une Citrogeot 1.475 ch (essence) consomme en moyenne 6,7 L pour 100 km et coûte 2 900 000 fdj à l'achat.

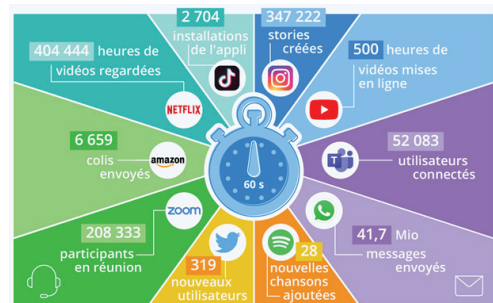
Un litre de diesel coûte 200 fdj.

Un litre d'essence coûte 305 fdj.

1. Pour quelqu'un qui roulerait 50 000 km, quelle est la voiture la plus économique ?
2. Pour quelqu'un qui roulerait 250 000 km, quelle est la voiture la plus économique ?
3. Quelle distance faut-il parcourir pour que la Citrogeot diesel soit le choix le plus économique ?
4. Quels choix faire ? Argumenter la décision.

### Une minute sur Internet en 2020

Estimation de l'activité et des données générées sur Internet en l'espace d'une minute



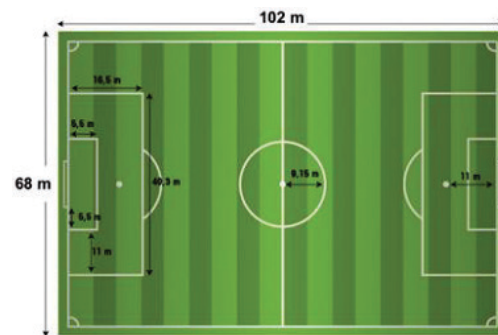
Source : Visual Capitalist



- 1 L'image satellite donnée ci-dessous représente le terrain de foot du stade Gouled de forme rectangulaire.  
À partir de cette image, estimer la longueur et la largeur en mètre du terrain.



- 2 Voici les dimensions d'un terrain de football :  
Pour une journée de football découverte, Gabobeh souhaite tracer des petits terrains sur cette pelouse afin de faire jouer les enfants sur des terrains réduits en utilisant toute la surface offerte par la pelouse.  
Il souhaite tracer uniquement des terrains carrés.  
Quelle sera la longueur maximale du côté de ces petits terrains et combien de terrains pourrait-il former ?



- 3
- Après avoir recherché les distances entre Miami, les Bermudes et Puerto Rico, construire sur une feuille un triangle semblable au triangle des Bermudes.
  - Donner un ordre de grandeur de l'aire de la zone.
  - QCM



- Quel phénomène attire l'attention sur le triangle des Bermudes ?
- A : Le Titanic a coulé dans cette zone.  
B : De nombreux navires et avions ont disparu dans cette région.  
C : Des chercheurs y ont retrouvé le trésor de Barbe Bleue.

- 4 Le Grenelle de l'environnement a introduit la notion de pollution lumineuse. Il s'agit avant tout d'éclairer le sol et d'éviter au maximum de renvoyer la lumière vers le ciel et de perturber par exemple le vol des oiseaux migrateurs. L'angle sous lequel on aperçoit la source lumineuse ne devra donc jamais excéder  $70^\circ$ .

Emir a décidé d'installer des lampadaires de deux mètres de haut pour éclairer l'entrée de sa maison. La distance entre sa maison et la rue est de 25 mètres.

- Faire un schéma à main levée de la situation.
- Quel est le diamètre du cercle lumineux projeté au sol par ce type de lampadaire ?
- Combien de lampadaires faudrait-il installer pour éclairer correctement jusqu'à la rue en respectant les normes du Grenelle de l'environnement ?



5

## Comment lire les informations sur un pneumatique

La largeur	La largeur est exprimée en millimètres.
La hauteur	Ce nombre ne donne pas directement la mesure de la hauteur : il indique à quel pourcentage de la largeur correspond la hauteur (ici, la hauteur vaut 65% de la largeur).
Le diamètre	Le diamètre est exprimé en pouce. Il correspond au diamètre de la jante (le R signifie Radial).
L'indice de poids toléré	L'indice de poids toléré est un code numérique qui correspond à la charge maximale qu'un pneu peut supporter.
L'indice de vitesse	L'indice de vitesse est code alphabétique qui correspond à la vitesse maximale à laquelle un pneu peut rouler. Dans cet exemple V correspond à 240 km/h.



Tableau 1

Indice de poids toléré	Poids (en kg)
55	218
58	236
59	243
60	250
61	257
62	265
63	272
64	280
65	290
66	300
67	307
68	315
69	325
70	335
71	345
72	355
73	365
74	375
75	387
76	400
77	412
78	425

Tableau 2

Indice de vitesse	Vitesse (en km/h)
Q	160
R	170
S	180
T	190
U	200
H	210
V	240
ZR	> 240
W	270
Y	300

Pour répondre aux questions suivantes, on utilisera les informations contenues dans les documents précédents.

1. On considère un pneumatique sur lequel est inscrit « 195/65 R15 68V ».
  - a. Sachant que 1 pouce vaut 2,54 cm, calculer le diamètre de la jante en centimètres.
  - b. Montrer que la hauteur du pneu est 12,675 cm.
  - c. Calculer le diamètre total de la roue en centimètre.
2. On considère désormais un pneu radial pouvant supporter une charge maximale de 412 kg et rouler à la vitesse de 270 km/h. Sa largeur est de 20,5 cm, le diamètre de sa jante est de 40,64 cm et son diamètre total est de 53,19 cm. Indiquer, sous la forme « 195/65 R15 68V », les informations qui seront inscrites sur ce pneu.

6

Pour construire une terrasse, Mohamed doit se faire livrer du béton. Il a le choix entre deux entreprises.

**Entreprise A** : Livraison : 30 000 fdj.  
Béton : 19 600 fdj / m<sup>3</sup>.

**Entreprise B** : Livraison : 48 000 fdj.  
Béton : 15 000 fdj / m<sup>3</sup>.

Préciser suivant le cas quelle est l'entreprise la moins chère. Étudier toutes les situations possibles.

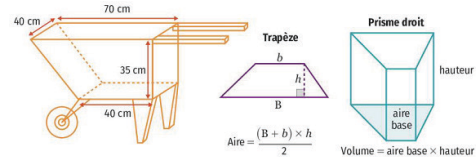


7

La fleur de sel est la mince couche de cristaux blancs qui se forme et affleure la surface des marais salants. Chaque jour, Houmed cueille la fleur de sel à la surface des carreaux. Pour transporter sa récolte, il utilise une brouette comme sur le schéma ci-contre :



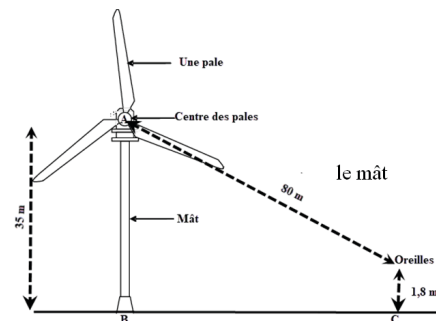
1. Montrer que cette brouette a un volume de 77 litres.
2. Sachant qu'un litre de fleur de sel pèse 900 grammes, calculer la masse, en kilogramme, du contenu d'une brouette remplie de fleur de sel.



8

Les éoliennes sont construites de manière à avoir la même mesure d'angle entre chacune de leurs pales.

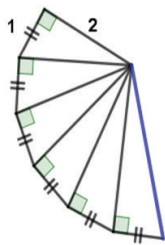
1. Une éolienne a trois pales.  
Quelle est la mesure de l'angle entre deux de ses pales ?
2. Pour réduire le bruit provoqué par les éoliennes, il faut augmenter le nombre de pales.  
Ci-contre, on a représenté le mât d'une éolienne à six pales par le segment [AB].  
En prenant le point A pour centre des pales, reproduire et compléter la construction avec des pales de 5 cm.
3. On estime qu'à 80 m du centre des pales d'une éolienne, le niveau sonore est juste suffisant pour que l'on puisse entendre le bruit qu'elle produit.  
À quelle distance du mât de l'éolienne (distance BC) se trouve-t-on ? Arrondir le résultat à l'unité.



- 1** Déterminer les valeurs exactes des longueurs des segments bleus dans les documents 1 et 2, puis écrire une phrase pour chacune de ces valeurs qui permette de retenir ses chiffres jusqu'à la huitième décimale (sur le modèle du poème de  $\pi$  - document 3).

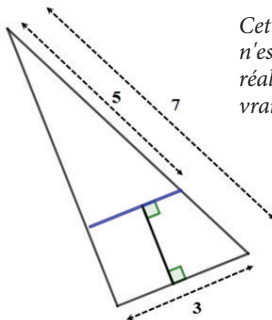
Prouver que si le nageur va deux fois plus vite il aura une résistance quatre fois plus forte à affronter.

**Doc 1** À la recherche d'un irrationnel



Cette figure n'est pas réalisée en vraie grandeur

**Doc 2** À la recherche d'un rationnel



Cette figure n'est pas réalisée en vraie grandeur

**Doc 3** Poème

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !  
 3, 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5  
 Immortel Archimède, artiste ingénieux, qui de ton jugement  
 8 9 7 9 3 2 3 8  
 peut priser la valeur ? Pour moi, ton problème eut de pareils  
 4 6 2 6 4 3 3 8 3 2 7  
 avantages. Jadis mystérieux un problème bloquait.  
 9 5 0 2 8 8  
 Tout l'admirable procédé, l'œuvre grandiose que Pythagore  
 4 1 9 7 1 6 9 3 9  
 découvrit aux anciens Grecs. O quadrature ! Vieux tourment  
 9 3 7 5 1 0 5 8  
 du philosophe ! Insoluble rondeur, trop longtemps vous avez défier  
 2 0 9 7 4 9 4 4 6  
 Pythagore et ses imitateurs ...  
 9 2 3 0

**Remarque :**

- La longueur de chaque mot donne un chiffre du nombre (un mot de 10 lettres code 0).
- La ponctuation ne code rien.

- 2** Un collégien francophone et son correspondant anglophone ont de nombreux centres d'intérêt communs comme le basket qu'ils pratiquent tous les deux.

Le tableau suivant donne quelques informations sur leurs ballons :

Ballon collégien francophone	Ballon du correspondant anglophone
$A \approx 1950 \text{ cm}^2$	$D \approx 9,5 \text{ inch}$
A désigne l'aire de la surface du ballon et r son rayon.	D désigne le diamètre du ballon. L'inch est une unité de longueur anglo-saxonne. On a $1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$ .

Pour qu'un ballon soit utilisé dans un match officiel, son diamètre doit être compris entre 23,8 cm et 24,8 cm.

1. Le ballon du collégien francophone respecte-t-il cette norme ?
2. Le ballon du collégien anglophone respecte-t-il cette norme ?

**3** On souhaite simuler 100 lancers de dé à six faces avec un tableur.

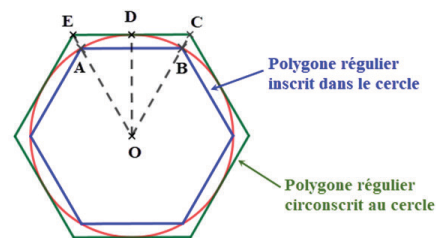
1. Dans une feuille de calcul, construire un tableau à deux colonnes avec, dans la colonne A, les numéros des lancers de 1 à 100.
2. Dans la cellule B1, simuler un lancer de dé à six faces à l'aide de la fonction « ALEA.ENTRE.BORNES » et recopier cette formule dans toute la colonne B.
3. Compléter, avec la fonction NB.SI (), le nombre de fois où le nombre 6 est apparu.

	A	B	C
1	Lancer n°	Résultat	Bilan de simulation
2	1	=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)	nombre de 6
3	2		=NB.SI(B2:B101;6)
4	3		
5	4		

4. Recommencer la simulation.  
Le nombre de fois où le nombre 6 est apparu est-il le même ? Est-ce normal ?  
*Pour relancer une simulation la touche F9 ou CTRL+MAJ+F9 peut être utile.*
5. Sur 1000 lancers, autour de combien de fois peut-on espérer voir apparaître le « 6 » ?
6. Réaliser plusieurs simulations de 1000 lancers pour vérifier la prédiction faite.

#### 4 Sur les traces d'Archimède

Pour trouver une valeur approchée du nombre  $\pi$ , le savant grec Archimède de Syracuse a eu l'idée d'encadrer la longueur d'un cercle de rayon une unité par les périmètres de polygones réguliers inscrits et circonscrits à ce cercle, comme le montre la figure ci-contre. Nous allons étudier le cas où le cercle est compris entre deux hexagones réguliers.

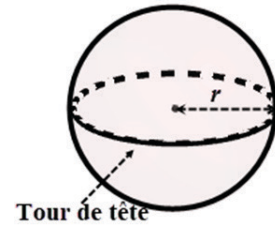


1. Quelle est la longueur exacte d'un cercle de rayon 1 ?
2. Étude de l'hexagone inscrit
  - a. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$  ? Expliquer.
  - b. En déduire la nature du triangle AOB.
  - c. Combien vaut la longueur AB ? Expliquer.
  - d. Calculer le périmètre de l'hexagone inscrit.
3. Étude de l'hexagone circonscrit
  - a. D est le milieu du segment [EC].  
Combien vaut la longueur OD ? Expliquer.
  - b. Quelle est la nature du triangle ODC ?
  - c. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{DOC}$  ? Expliquer.
  - d. Sachant que  $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , montrer que  $EC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .
  - e. En déduire la valeur exacte du périmètre de l'hexagone circonscrit.
4. Déduire des questions précédentes un encadrement du nombre  $\pi$ .  
Combien de chiffres du nombre  $\pi$  cet encadrement donne-t-il ?
5. Archimède a doublé le nombre de côtés des polygones pour affiner l'encadrement.  
En répétant plusieurs fois ce processus, il a réussi à obtenir, avec des polygones à 96 côtés, l'encadrement de  $\pi$  suivant :  $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{71}$  ce qui est déjà un très bon encadrement pour l'époque !  
Combien de chiffres du nombre  $\pi$  cet encadrement permettait-il de connaître ?



5

Khaled aimerait savoir combien de cheveux il a sur la tête. Pour cela, il représente sa tête par une sphère de rayon  $r$ . Il mesure le tour de sa tête comme indiqué sur le schéma ci-contre et obtient 56 cm.



1. Montrer que le rayon d'un cercle de périmètre 56 cm est environ égal à 9 cm.
2. Khaled considère que ses cheveux recouvrent la moitié de la surface de sa tête. Sur  $1 \text{ cm}^2$  de son crâne, il a compté 250 cheveux.  
Estimer le nombre de cheveux de Khaled.

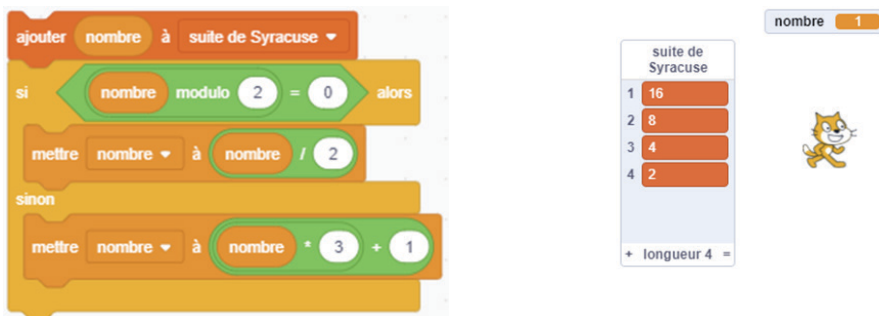
6

La suite de Syracuse est une suite célèbre et simple. On part d'un nombre entier. S'il est pair, on le divise par 2 ; s'il est impair, on le multiplie par 3 et ajoute 1.

Et on continue ainsi de suite ...

La conjecture de Syracuse affirme que l'on obtient toujours le nombre 1 à un moment donné.

1. Dans le logiciel Scratch, créer une variable « nombre » et une liste « suite de Syracuse ».
2. Demander quel est le nombre de départ, stocker la réponse dans « nombre » et vider la liste « suite de Syracuse ».
3. Répéter le bloc ci-dessous jusqu'à ce que le nombre soit égal à 1.
4. Tester ce programme pour plusieurs nombres de départ et essayer de trouver un nombre dont la suite comporte exactement 13 termes.



7

On appelle suite de Fibonacci toute suite de nombres entiers dans laquelle chaque terme est la somme des deux précédents. Par exemple, la suite dont on a écrit les premiers termes ci-dessous est une suite de Fibonacci.

7	2	9	11	20	31	51	82	133	215
---	---	---	----	----	----	----	----	-----	-----

1. À l'aide d'un tableur, d'une calculatrice ou de tout autre moyen, recopier et compléter ces suites.

a.

2	5	...	...	...	...	...	...	...	...
---	---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

b.

9	...	...	...	...	...	...	...	...	241
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

2. Trouver la suite de Fibonacci commençant par 8 et dont le 7e terme est 136.
3. Le mathématicien Fibonacci (1175-1250) pose le problème suivant : « Possédant initialement un couple de lapins, combien de couples obtient-on en douze mois si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du second mois de son existence ? ».  
À l'aide du travail précédent, peut-on répondre à la question de ce mathématicien ?



8

Les tableaux ci-dessous présentent l'évolution de la population mondiale en millions d'habitants.

Années	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	1900
Millions d'hab	200	200	225	250	400	375	575	950	1650

Années	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
Millions d'hab	2525	3025	3700	4450	5275	6100	6850	7800

- a. Représenter graphiquement, les valeurs de ces tableaux dans un repère.
- b. Effectuer des recherches pour expliquer pourquoi la population mondiale a diminué au cours du XIV<sup>e</sup> siècle.